

**RELATÓRIO FINAL PIBIC 2008-2009**

**A Eficiência Relativa da Estimação do  
Beta no Mercado Brasileiro**

Helena de Almeida Prado

Orientador: Prof. Dr. Ricardo R. Rochman

## Índice

Introdução .....	2
Revisão Bibliográfica .....	3
Metodologia .....	9
Resultados .....	22
Conclusões.....	25
Bibliografia.....	26

## A Eficiência Relativa da Estimação do Beta no Mercado Brasileiro

### 1. Introdução

O Modelo de Precificação de Ativos de Capital (CAPM) desenvolvido por Sharpe (1964) associa risco e retorno para ativos com base na teoria da carteira de Markowitz (1959). Trata-se de um dos mais tradicionais modelos com essa finalidade segundo Corrêa (1997, p.26). No CAPM, o Beta é originalmente obtido através da regressão entre os retornos do ativo e os retornos da carteira de mercado. Esta, por sua vez, é calculada de acordo com uma série de convenções que determinam a utilização de dados históricos mensais dos cinco anos anteriores e de ativos ponderados de acordo com seu valor de mercado.

Dada a vasta utilização do coeficiente, o objetivo deste trabalho é esclarecer aspectos relativos à determinação do Beta no mercado de capitais brasileiro.

Assim, procura-se, neste trabalho, responder às seguintes perguntas:

- É necessário realizar ajustes ao cálculo do beta tradicional (Ex.: beta Scholes-Williams deslocado)?
- Qual deve ser a periodicidade dos dados utilizados? (diários, semanais, mensais, etc.) e por quanto tempo devem eles ser considerados?
- Os retornos considerados no calcula devem ser aritméticos ou logarítmicos?
- No cálculo com ações, deve-se usar preços de fechamento ou preços médios para se calcular os retornos?

Os resultados aqui obtidos servirão não só para o meio acadêmico, como também para todos aqueles que utilizam o Beta como índice para finalidades práticas, como, por exemplo, os analistas responsáveis pela avaliação de empresas, os investidores no mercado acionário, dentre outros, por que para eles a precisão do coeficiente é primordial.

## 2. Revisão Bibliográfica

O artigo que serviu de base para esta pesquisa é o BARTHOLDY, Jan. *The relative efficiency of Beta Estimates*. 2001 – Aarhus School of Business, Dinamarca. Trata-se de um artigo cujo objetivo é justamente determinar a melhor combinação de variáveis para estimar o coeficiente Beta. O coeficiente é calculado diversas vezes para analisar os seguintes fatores: frequência de amostragens, período de tempo considerado, índices utilizados como “proxies” para estimar os retornos do mercado, inclusão ou não de dividendos nos retornos considerados e se devem ser considerados os retornos brutos ou excedentes. As combinações entre período analisado e número de amostragens escolhidas para a análise foram: cinco anos de dados mensais, dois anos de dados semanais e um ano de amostragens diárias. Quanto aos índices de mercado, sete diferentes foram utilizados. São eles: um índice da economia construído através de cálculo específico, que inclui o PIB de cada indústria; o Standard and Poor Composite Index; o Morgan Stanley Capital World Index e o CRSP (Center for Research in Security Prices), sendo este utilizado na forma de ponderado e não-ponderado, e com dividendos e sem dividendos. As medidas utilizadas para medir a eficiência relativa de cada coeficiente são a significância do  $y_{1,t+1}$  (prêmio médio de risco esperado) e o R-quadrado obtido da seguinte regressão:

$$r_{it+1} - r_{ft+1} = \gamma_{0i} + \gamma_{1,t+1}\beta_{it} + \varepsilon_{it} \quad i = 1, \dots, N$$

O artigo afirma que se o valor do prêmio médio de risco esperado  $y_{1,t+1}$  não for significativo e positivo, o beta não será eficiente, e esclarece também que o R-quadrado é uma medida direta da habilidade de o coeficiente explicar diferenças de retornos em ações individuais nos períodos seguintes à estimativa.

A amostra utilizada é de dados do CRSP (Center for Research in Security Prices) de 1970 a 1996, e só foram incluídas ações de negociação freqüente, ou seja, que foram negociadas em pelo menos 95% dos dias de um período de seis anos.

Através do cálculo da correlação e da comparação de desvios-padrão, chegou-se à conclusão de que a diferença entre a inclusão ou não de dividendos no modelo é irrelevante.

Já quanto aos retornos considerados (totais ou o excesso), chegou-se à conclusão de que a correlação entre os cálculos das duas formas é 0,999, sendo portanto irrelevante a escolha do valor utilizado.

Quanto aos cálculos visando a determinação do período de tempo considerado e freqüência de amostragens, concluiu-se que no caso de firmas menores o Beta é maior quando são utilizados retornos diários e menor para retornos mensais. Quanto às firmas de maior porte, o resultado é o oposto. Para todos os índices, a correlação entre os Betas obtidos através das diferentes freqüências de tempo é relativamente baixa. A disparidade dos valores encontrados para cada tipo de freqüência e cada tipo de índice fez com que se fizesse necessário o exame da eficiência relativa dos valores obtidos.

Por meio dos cálculos, a recomendação atual de que o cálculo do Beta seja realizado com retornos mensais em períodos de cinco anos foi reforçada. Além disso, os índices que apresentaram contribuição mais satisfatória para a determinação do índice foram: o índice econômico e o CRSP Index, que não são ponderados.

Outro resultado importante obtido foi o de que apenas entre 11,73% e 0,01% das diferenças de retornos entre períodos subseqüentes podem ser explicados efetivamente pelo coeficiente Beta (com uma média de 3%). Trata-se de números preocupantes, que levam à conclusão de que pode-se considerar a possibilidade de declarar o Beta “morto”, pelo menos quando da determinação das variações na volatilidade de ações isoladas.

Além desse, outros trabalhos abordam o tema desta pesquisa. O artigo de Blume (1975, p.785-795), por exemplo, teve o objetivo de examinar com detalhes uma tendência observada em outros trabalhos: a tendência de carteiras de mercado com Betas calculados extremamente altos ou baixos em um período, apresentarem Betas menos extremos no período seguinte, e mais próximos do Beta do mercado (mesmo se o Beta real e observado permanecer constante).

Para exemplificar, Blume utiliza o exemplo de uma análise de diferentes carteiras contendo ações negociadas no mercado, de julho de 1926 a Junho de 1933, sendo a primeira com as 100 ações de menor Beta, a segunda com as 100 de menor beta seguintes, e a ultima com 100 ações de maior Beta. De acordo com o autor, a carteira que contém os menores Betas estimados deverá apresentar mais erros

negativos do que positivos. Já a carteira com os maiores coeficientes apresentaria a característica contrária: os erros positivos devem superar os negativos. O artigo também argumenta que essa tendência de regressão não ocorre por causa da composição dos portfólios, e que pode ser observada inclusive em ações individuais. Em seguida, Blume explica por que qualquer estimativa de Beta é tendenciosa, exceto para casos em que esse valor é igual a 1,0.

Blume conclui, então, que essa tendência pode ser atribuída ao fato de que empresas com riscos extremos tendem a diminuir seu risco no período seguinte, sendo, desse modo, o método utilizado para o cálculo não responsável pela instabilidade do coeficiente.

Outro trabalho significativo para esta pesquisa é o Klemkosky (1975, p. 1123-1128), cujo objetivo é investigar a natureza dos erros de previsões do Beta de modelos “extrapolados” e três medidas adaptativas recomendadas por outros autores para aumentar a precisão do coeficiente. A amostra analisada foram os retornos mensais obtidos do *CRSP Investment Return File* e do *Fischer's Investment Performance Index* em períodos de cinco anos não coincidentes de julho de 1947 até junho de 1972. Os testes desempenhados com o objetivo de observar a precisão dos coeficientes analisado utilizaram o MSE (“*mean square forecast error*”), para prever erros. Esse método é pode ser chamado de média quadrática ou quadrado médio. Esses coeficientes utilizados na análise foram obtidos através da fórmula básica do CAPM. Observou-se que quanto maior a carteira de ações, menor o MSE, embora a porcentagem dessa redução não seja determinável. Essa redução deve-se ao componente de erro aleatório conforme os desvios e componentes de ineficiência permanecem inalterados. Ao discutir os ajustes possíveis para melhorar a eficiência dos coeficientes, o autor cita o ajuste proposto por Blume (1975) e o proposto por Vasicek (1973). A conclusão a que se chegou com este trabalho foi a de que a precisão de previsões extrapoladas do Beta pode ser melhorada, e que a combinação entre o ajuste “Bayesian” de Vasicek (1973) e um tamanho razoável de portfólio possibilitaria um Beta mais eficiente.

A inferência bayesiana é um tipo de inferência estatística descreve as incertezas sobre quantidades invisíveis de forma probabilística. Incertezas são modificadas periodicamente após observações de novos dados ou resultados. A operação que

calibra a medida das incertezas é conhecida como operação bayesiana e é baseada na fórmula de Bayes, a seguir:

$$\Pr(A|B) = \frac{\Pr(B|A) \Pr(A)}{\Pr(B)}$$

O artigo de Scholes e Williams (1977, p. 309-327) também busca explorar o problema da precisão do Beta, mais especificamente tratando dos problemas causados pela utilização de amostragens diárias e dos cálculos com ações pouco negociadas. O fato de muitas ações serem negociadas de forma infreqüente dificulta a realização de cálculos considerando qualquer período fixo. A pesquisa foi realizada entre ações listadas na NYSE e na ASE (Bolsas de Valores de N. York e dos Estados Unidos) entre janeiro de 1963 e dezembro de 1975, e ela desenvolveu regressões lineares e detalhou propriedades desse modelo de mercado. Cada ação foi ponderada no modelo de acordo com o volume de negociação que apresenta. A partir daí, cinco carteiras de ações foram montadas, sendo a primeira com 20% das ações menos negociadas, e a última com as 20% mais negociadas. A partir daí foram estimados os retornos diários de cada carteira. Os portfólios contendo as ações menos negociadas apresentaram o beta real uniformemente superior ao beta estimado, problema que é atenuado conforme a utilização de ações de negociação mais freqüente para os cálculos. Esse fenômeno é verdadeiro se o estimador ponderado do índice de mercado possuir altos níveis de ações bastante negociadas. De modo geral, a conclusão a que se chegou com esse trabalho foi de que os cálculos do Beta com amostragens diárias possuem sérios problemas econométricos, e foi proposto, então, um ajuste para que os problemas de sincronização das séries fosse atenuado.

Já um artigo de Attila Odabasi (2003) estuda a estabilidade do Beta no mercado acionário de Istambul de 1992 a 1999. O artigo começa com uma breve revisão de trabalhos importantes relacionados com o problema da estimação acurada do Beta. Em seguida, cita alguns estudos que demonstram que apesar da premissa do CAPM de que os Betas são constantes ao longo do tempo, observações empíricas mostram que a realidade é diferente.

A metodologia utilizada é o cálculo de coeficientes (Betas) através de regressão linear. Além disso, alguns dos modelos utilizados nos cálculos desse estudo são o de Hildreth e Houck (1968) e o Multiplicador de Lagrange (LM) desenvolvido por Breusch e Pagan (1979). O artigo alega seguir diferente tendência em relação aos estudos mais conhecidos existentes até então porque enquanto a maioria deles realizou estudos com dados mensais e quatro sub-períodos ou mais, este utilizou dados semanais e sub-períodos menores. O fato de os mercados emergentes apresentarem menos estabilidade, por exemplo, fez com que o autor utilizasse períodos curtos, às vezes de apenas um ano, no cálculo do coeficiente, que costuma aparecer normalmente com dados de cinco anos. Para resolver o problema das ações pouco negociadas, utilizou-se o modelo “lead-lag”, de Dimson.

Foi utilizada a regressão de Blume para analisar se existia uma tendência de regressão entre os Betas. Observou-se, então, que os coeficientes de intersecção (ou  $\alpha$ ) são significativamente diferentes de zero, o que sugere uma instabilidade entre os valores considerados. Entretanto, isso ainda não confirma a instabilidade dentro dos períodos. Para realizar essa investigação, o teste “LM” de Breusch e Pagan (1979) foi aplicado. Os resultados obtidos indicam que a instabilidade dos Betas não ocorre devido à incapacidade de ajustar o problema das ações pouco negociadas, já que os cálculos que realizavam esse ajuste não eram significativamente diferentes dos que não o faziam. Além disso, o autor percebeu que, para essa amostra considerada, a incidência de instabilidade diminui conforme o subintervalo de estimativa é diminuído de oito anos para um ano. Finalmente, o artigo conclui também que o mercado da Turquia não é diferente em relação aos outros países emergentes e desenvolvidos, entretanto a incidência da instabilidade do Beta em 80% das ocorrências medidas em períodos de oito anos apresentaram valores altos se comparados aos valores obtidos por estudos anteriores.

O artigo de Fernandes, A.L.M., Galdi, F.C., Teixeira, A.M.C, Teixeira, A.C.C., por sua vez, objetiva verificar o grau de associação entre o parâmetro de risco estimado por variáveis contábeis, beta contábil, e o parâmetro de risco sistemático de mercado, beta de mercado. Trata-se de um artigos cujos testes foram realizados com ativos do mercado brasileiro. A metodologia utiliza o modelo de precificação de ativos, CAPM, na mensuração do risco sistemático. Como medida de risco de



mercado utiliza-se o parâmetro, beta, advindo do modelo CAPM. Como medida de risco contábil, estimou-se um Beta Contábil a partir do retorno contábil das empresas contra o retorno contábil mediano da amostra de empresas selecionadas e contra o retorno de mercado. A amostra compreendeu as ações das 50 empresas de capital aberto mais líquidas negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA). Os dados foram selecionados trimestralmente e o beta de mercado foi obtido a partir do sistema Económica. As evidências estatísticas, obtidas com os testes de aderência, indicam que os índices de correlação encontrados apresentam-se estatisticamente significantes e o teste de inferência apresenta uma relação entre o beta contábil e o risco sistemático.

Finalmente, um artigo de Bradfield (2003) procura esclarecer uma série de problemas relativos à estimação do Beta, buscando fazer com que este alcance a maior precisão possível e que os usuários dos Betas publicados saibam a que aspectos devem ficar atentos.

O artigo não realiza cálculos ou testes empíricos, mas oferece uma revisão de diversos artigos relacionados. Apesar de o artigo se concentrar na estimação de coeficientes de ações individuais, os conceitos podem ser aplicados a qualquer ativo. O autor lembra a simplicidade do coeficiente, advertindo que o modelo não se baseia em comportamentos ou assuntos relacionados, mas apenas estabelece uma relação linear entre retornos da ação e retornos de mercado. Diferentes aspectos foram analisados individualmente, e cada uma dessas análises foi realizada através de diferentes procedimentos.

Uma das sugestões do autor, por exemplo, é a correção do desvio da regressão através de um ajuste chamado "Bayesian Adjustment", sugerido por Vasicek (1973), já mencionado anteriormente. Quanto às medidas de retorno, o autor atenta para fato de que a consistência entre retornos do ativo e o estimador do mercado ("Proxy") seja assegurada, e que os retornos devem ser ajustados de acordo com mudanças de capitalização e dividendos. Além disso, assim como Bartholdy (2001), Bradfield alega que os índices de mercado utilizados no modelo não devem ser ponderados e que o período de tempo mais satisfatório durante o qual devem ser realizadas amostragens é de cinco anos. Finalmente, a respeito de ações pouco negociadas, o autor aponta que a melhor técnica para correção do cálculo de seus

coeficientes é o método “trade-to-trade”, discutido por autores como Marsh, Dimson e Bowie. Nesse método, uma correção estatística é realizada para que as durações calculadas com retornos não sejam iguais, e também para corrigir a heterocedasticidade dos resíduos.

### **3. Metodologia**

O prêmio do risco de mercado de ativos do CAPM é obtido ao se multiplicar o coeficiente de risco sistemático (Beta) pelo preço de risco. Neste trabalho foram calculados diferentes Betas, baseados em diferentes fórmulas, frequências amostrais e índices de mercado, buscando determinar qual é a forma mais eficiente de estimar o coeficiente, sendo a amostra composta pelas ações que compuseram o índice Bovespa de 2006, sendo as cotações observadas, em alguns cálculos, em um horizonte de cinco anos. Tanto as cotações de fechamento, como as médias diárias para cada ação foram obtidas no programa Economática. A tabela 1 contém a composição do índice no quarto trimestre de 2007.

Tabela 1 - Composição do Índice Bovespa (2006) - Fonte: www.bovespa.com.br

Carteira do IBOVESPA para Setembro a Dezembro de 2006			
COD.	AÇÃO	TIPO	PART. %
ACES4	ACESITA	PN	0,368
ALLL11	ALL AMER LAT	UNT	0,718
AMBV4	AMBEV	PN *	1,281
ARCZ8	ARACRUZ	PNB	0,890
ARCE3	ARCELOR BR	ON	1,872
BBDC4	BRADESCO	PN	4,815
BRAP4	BRADESPAR	PN	1,399
BBAS3	BRASIL	ON	1,318
BRTP3	BRASIL T PAR	ON *	0,484
BRTP4	BRASIL T PAR	PN *	0,685
BRTO4	BRASIL TELEC	PN *	1,373
BRKM5	BRASKEM	PNA	2,417
CCRO3	CCR RODOVIAS	ON	0,969
CLSC8	CELESC	PNB EJ	0,604
CMIG3	CEMIG	ON *	0,158
CMIG4	CEMIG	PN *	2,163
CESP6	CESP	PNB*	0,459
CGAS5	COMGAS	PNA*	0,328
CPLE6	COPEL	PNB*	1,391
ELET3	ELETROBRAS	ON *	1,324
ELET6	ELETROBRAS	PNB*	2,064
ELPL5	ELETROPAULO	PNA*	0,375
EMBR3	EMBRAER	ON	1,140
EBTP4	EMBRATEL PAR	PN *	1,729
GGBR4	GERDAU	PN	2,883
GOAU4	GERDAU MET	PN	1,142
PTIP4	IPIRANGA PET	PN	0,503
ITAU4	ITAUBANCO	PN EJ	3,455
ITSA4	ITAUSA	PN	1,772
KLBN4	KLBIN S/A	PN	0,538
LIGT3	LIGHT S/A	ON *	0,706
NATU3	NATURA	ON	0,718
NETC4	NET	PN	2,170
PCAR4	P.ACUCAR-CBD	PN *	0,713
PRGA3	PERDIGAO S/A	ON	0,942
PETR3	PETROBRAS	ON	2,230
PETR4	PETROBRAS	PN	13,086
SBSP3	SABESP	ON *	0,759
SDIA4	SADIA S/A	PN	1,336
CSNA3	SID NACIONAL	ON	2,985
CRUZ3	SOUZA CRUZ	ON	0,573
TAMM4	TAM S/A	PN	0,822
TNLP3	TELEMAR	ON	1,358
TNLP4	TELEMAR	PN	4,724
TMAR5	TELEMAR N L	PNA	0,818
TMCP4	TELEMIG PART	PN *	0,502
TLPP4	TELESP	PN	0,403
TCSL3	TIM PART S/A	ON *	0,346
TCSL4	TIM PART S/A	PN *	1,087
TRPL4	TRAN PAULIST	PN *	0,414
UBBR11	UNIBANCO	UNT	1,881
USIM5	USIMINAS	PNA EJ	4,490
VCPA4	V C P	PN	0,885
VALE3	VALE R DOCE	ON	2,517
VALE5	VALE R DOCE	PNA	11,058
VIVO4	VIVO	PN	2,062
			100,000

Primeiro foram coletados os dados da amostra, em seguida, estimados Betas considerando-se diferentes periodicidades. Depois realizou-se uma série de análises empíricas com o objetivo de determinar a maneira mais satisfatória de se calcular o Beta. É importante esclarecer também que o índice Bovespa foi utilizado, em todos os cálculos, como índice de ações para as regressões realizadas na determinação dos Betas, ou seja, as regressões se deram entre o retorno de cada ação e o retorno desse índice.

Antes do detalhamento da metodologia, porém, cabe fazer alguns esclarecimentos. Como o modelo aqui considerado serve para a análise de ativos negociados freqüentemente, apenas ações de negociação regular foram utilizadas como base para este estudo. Vale lembrar que a utilização apenas das ações que compõem o Índice Bovespa já elimina esse problema. Quanto à periodicidade dos dados, é importante esclarecermos que é necessário que se faça uma troca (“*trade-off*”) entre período considerado e freqüência de amostragem. Ao trabalhar com períodos de tempo muito longos, estamos sujeitos à menor precisão do coeficiente, uma vez que podem ter havido modificações no Beta verdadeiro que buscamos descobrir. Por outro lado, diminuir o período considerado implica a utilização de maior freqüência de observações. Essa prática, por sua vez, pode comprometer os resultados visto que aumenta a quantidade de ruídos na amostra. Uma investigação sobre a periodicidade de amostragens será realizada na segunda etapa da aplicação da metodologia.

Após a coleta de informações a respeito das cotações das ações presentes no índice Bovespa (preço médio e preço de fechamento) foram realizados cálculos de séries de Betas através de diferentes formas, detalhadas na Tabela 2. E a tabela 3 contém uma descrição das características das séries de betas obtidos em cada cálculo. O desvio-padrão de cada uma das tabelas menores contidas na grande Tabela 3 foi obtido da seguinte forma: foi montada uma carteira, ponderando pela capitalização de mercado os Betas das ações utilizadas, e aí medido o desvio desta carteira de Betas por meio da série de betas obtidos a cada mês.

Tabela 2 - Detalhamento da forma como cada Beta foi calculado

I

Tipo de Beta:	tradicional
Retorno:	log-retorno
Dias:	1 mês
Quantidade de Retornos:	60
Preços:	Fechamento

II

Tipo de Beta:	tradicional
Retorno:	log-retorno
Dias:	1 mês
Quantidade de Retornos:	60
Preços:	Médios

III

Tipo de Beta:	tradicional
Retorno:	log-retorno
Dias úteis:	5
Quantidade de Retornos:	100
Preços:	Fechamento

IV

Tipo de Beta:	tradicional
Retorno:	log-retorno
Dias úteis:	5
Quantidade de Retornos:	100
Preços:	Médios

V

Tipo de Beta:	tradicional
Retorno:	aritmético
Dias:	1 mês
Quantidade de Retornos:	60
Preços:	Fechamento

VI

Tipo de Beta:	tradicional
Retorno:	aritmético
Dias:	1 mês
Quantidade de Retornos:	60
Preços:	Médios

## VII

Tipo de Beta:	Scholes-Williams Deslocado
Retorno:	log-retorno
Dias:	1 mês
Quantidade de Retornos:	60
Preços:	Fechamento

## VIII

Tipo de Beta:	Scholes-Williams Deslocado
Retorno:	log-retorno
Dias:	1 mês
Quantidade de Retornos:	60
Preços:	Médios

## IX

Tipo de Beta:	tradicional
Retorno:	aritmético
Dias úteis:	5
Quantidade de Retornos:	100
Preços:	Fechamento

## X

Tipo de Beta:	tradicional
Retorno:	aritmético
Dias úteis:	5
Quantidade de Retornos:	100
Preços:	Médios

Tabela 3 - Estatísticas dos Betas obtidos através de cada método de cálculo

## I

Média:	0,85656
Desv. Padrão:	31,762
Mínimo	0,14566
Máximo	1,55583

## II

Média:	0,87268
Desv. Padrão:	29,561
Mínimo	0,11976
Máximo	1,58096

**III**

<b>Média:</b>	0,87064
<b>Desv. Padrão:</b>	160,653
<b>Mínimo</b>	-0,02765
<b>Máximo</b>	1,77225

**IV**

<b>Média:</b>	0,88483
<b>Desv. Padrão:</b>	149,892
<b>Mínimo</b>	-0,02617
<b>Máximo</b>	1,85261

**V**

<b>Média:</b>	0,85708
<b>Desv. Padrão:</b>	33,084
<b>Mínimo</b>	0,16030
<b>Máximo</b>	1,51439

**VI**

<b>Média:</b>	0,87374
<b>Desv. Padrão:</b>	31,299
<b>Mínimo</b>	0,11809
<b>Máximo</b>	1,52162

**VII**

<b>Média:</b>	0,86063
<b>Desv. Padrão:</b>	78,159
<b>Mínimo</b>	0,00000
<b>Máximo</b>	2,91058

**VIII**

<b>Média:</b>	0,84850
<b>Desv. Padrão:</b>	54,418
<b>Mínimo</b>	0,00000
<b>Máximo</b>	2,82018

**IX**

<b>Média:</b>	0,88203
<b>Desv. Padrão:</b>	158,2033
<b>Mínimo</b>	-0,13025
<b>Máximo</b>	2,15990

**X**

Média:	0,88233
Desv. Padrão:	158,4045
Mínimo	-0,07830
Máximo	2,08219

Depois disso, realizaram-se novas regressões lineares, dessa vez entre as séries de Betas coletadas para cada ação e os retornos que a mesma ação apresentou no ano seguinte.

A avaliação dos dados obtidos no sentido de determinar a melhor forma de estimar o beta foi realizada através da comparação da média dos R-quadrados obtidos através das diferentes formas aqui apresentadas. Esses resultados estão presentes na Tabela 5, na seção 'Resultados Obtidos', cujas tabelas menores foram todas obtidas através de cálculos com os resultados das regressões realizadas com os conjuntos de Betas obtidos através das diferentes formas. A Tabela 4 é um exemplo desses resultados, correspondente à amostra obtida através do método explicado na Tabela 2, sub-item III. Na primeira coluna estão presentes datas. Essas datas representam o dia do início da contagem dos 5 dias úteis considerados no cálculo. Para cada data presente na tabela, existe um conjunto de Betas, um para cada ação do Ibovespa. Esses conjuntos são o que serviu para a regressão linear entre os Betas e os retornos que cada ação apresentou entre a data em questão e o mesmo dia do ano seguinte. Finalmente, do resultado de cada regressão, obteve-se cada um dos resultados presentes no exemplo da Tabela 4: R-quadrado, Coeficiente, Stat-t e Valor-P.

**Tabela 4 - Exemplo de Tabela com os resultados da regressão de cada série obtida através de uma forma de cálculo de Beta (linhas classificadas pelo p-valor).**

Observação	R-Quadrado	Coeficientes	Stat t	valor-P
26/01/04	0,186737	-0,414231	-3,105445	0,003398
20/01/04	0,184081	-0,438424	-3,078258	0,003660
14/01/04	0,168485	-0,452668	-2,917228	0,005649
14/03/07	0,137757	-0,387047	-2,681318	0,010215



11/12/03	0,138567	-0,442233	-2,599228	0,012837
08/03/07	0,123374	-0,360154	-2,516584	0,015483
11/05/07	0,125419	-0,357217	-2,511935	0,015750
05/04/07	0,121284	-0,338324	-2,492205	0,016445
18/04/07	0,118771	-0,359606	-2,462728	0,017681
08/01/04	0,123986	-0,367897	-2,438123	0,019075
26/09/05	0,119978	0,279321	2,392920	0,021263
24/04/07	0,111291	-0,363796	-2,373870	0,021931
17/05/07	0,108857	-0,348230	-2,318355	0,025139
07/05/07	0,106318	-0,320933	-2,287910	0,027005
20/09/05	0,110529	0,252834	2,284530	0,027458
07/11/03	0,110051	-0,420271	-2,278977	0,027816
12/04/07	0,102239	-0,321648	-2,263778	0,028457
25/11/03	0,107949	-0,424065	-2,254437	0,029444
17/12/03	0,107409	-0,399955	-2,248121	0,029876
20/03/07	0,100371	-0,323827	-2,240677	0,030028
02/01/04	0,104765	-0,358931	-2,216996	0,032091
02/03/07	0,097724	-0,329163	-2,207689	0,032406
30/03/07	0,097098	-0,312139	-2,199842	0,032995
29/05/07	0,096992	-0,373261	-2,173948	0,035131
23/12/03	0,100547	-0,368013	-2,166801	0,035971
19/11/03	0,097965	-0,398288	-2,135743	0,038575
26/03/07	0,091458	-0,283724	-2,128360	0,038817
30/01/04	0,096767	-0,347386	-2,121233	0,039847
30/04/07	0,092364	-0,312508	-2,116026	0,040037
13/11/03	0,095525	-0,414524	-2,106133	0,041210
13/10/05	0,091052	0,190648	2,075440	0,043962
14/09/05	0,092474	0,219245	2,068735	0,044763
01/12/03	0,092070	-0,392353	-2,063749	0,045256
30/09/05	0,090912	0,225414	2,049427	0,046700
03/07/07	0,086064	-0,474979	-2,035541	0,047846
26/02/07	0,083932	-0,298143	-2,030521	0,048238
08/09/05	0,089499	0,228373	2,031853	0,048526
23/05/07	0,083334	-0,330705	-2,000006	0,051696
18/03/04	0,086955	-0,330156	-1,999983	0,051996
05/12/03	0,081470	-0,364753	-1,930081	0,060368
21/06/07	0,077679	-0,380572	-1,925034	0,060705
27/06/07	0,075883	-0,402192	-1,900793	0,063892
12/03/04	0,078751	-0,327499	-1,894800	0,065017
23/08/07	0,075141	-0,323900	-1,890720	0,065258
15/06/07	0,075119	-0,373615	-1,890415	0,065300
29/08/07	0,074944	-0,324258	-1,888035	0,065626
30/10/06	0,071529	-0,309623	-1,882504	0,066101
11/06/07	0,074215	-0,363300	-1,878096	0,067005
08/03/04	0,077370	-0,320498	-1,876705	0,067518

22/10/03	0,076861	-0,323471	-1,870014	0,068463
26/08/05	0,076627	0,233110	1,866919	0,068904
06/10/05	0,075985	0,186868	1,858445	0,070123
01/09/05	0,074714	0,214484	1,841569	0,072608
10/07/07	0,070567	-0,409742	-1,827753	0,074372
24/03/04	0,070892	-0,316180	-1,790156	0,080640
03/11/03	0,070322	-0,343062	-1,782390	0,081916
22/08/05	0,070305	0,233007	1,782165	0,081953
04/06/07	0,065945	-0,334076	-1,762507	0,084929
20/07/07	0,064230	-0,323723	-1,737850	0,089233
30/11/06	0,061232	-0,243634	-1,732161	0,089946
08/01/07	0,060939	-0,265990	-1,727739	0,090744
28/10/03	0,066547	-0,323067	-1,730388	0,090904
17/11/06	0,060126	-0,265965	-1,715441	0,092994
18/01/07	0,059477	-0,296642	-1,705570	0,094833
16/07/07	0,062088	-0,357530	-1,706663	0,094934
16/08/05	0,063925	0,212380	1,693569	0,097752
19/10/05	0,063688	0,160771	1,690218	0,098397
05/04/04	0,062812	-0,251368	-1,677768	0,100820
07/10/04	0,060252	-0,300108	-1,660399	0,104110
07/07/04	0,060182	-0,225243	-1,659373	0,104318
12/02/07	0,056807	-0,241672	-1,646290	0,106671
04/02/05	0,058705	-0,345833	-1,637604	0,108803
24/11/06	0,053272	-0,225087	-1,608844	0,114493
16/02/07	0,054206	-0,240173	-1,605950	0,115281
07/08/07	0,055360	-0,281403	-1,605793	0,115474
17/08/07	0,054992	-0,257646	-1,600141	0,116724
25/11/04	0,055050	-0,320596	-1,582740	0,120809
10/11/06	0,051186	-0,252659	-1,575299	0,122041
23/08/04	0,054192	-0,249499	-1,569645	0,123828
13/07/05	0,053836	-0,335668	-1,564186	0,125104
06/11/06	0,050355	-0,249173	-1,561785	0,125193
22/12/06	0,050144	-0,223438	-1,558334	0,126008
25/10/05	0,053546	0,143180	1,541484	0,130701
01/08/07	0,050058	-0,279129	-1,522695	0,134990
30/07/04	0,049800	-0,217435	-1,501211	0,140609
30/03/04	0,050340	-0,230191	-1,492100	0,143147
27/08/04	0,047576	-0,235560	-1,465594	0,150034
20/10/04	0,047388	-0,264015	-1,462544	0,150863
01/10/04	0,047272	-0,268986	-1,460669	0,151375
12/01/07	0,043725	-0,229814	-1,450280	0,153765
18/12/06	0,042581	-0,212869	-1,430324	0,159382
27/09/04	0,043186	-0,261061	-1,393133	0,170740
01/12/04	0,042763	-0,277440	-1,385978	0,172899
25/09/06	0,040540	-0,230580	-1,378912	0,174738

19/09/06	0,040390	-0,216452	-1,376241	0,175557
12/04/04	0,043029	-0,208406	-1,374215	0,176664
02/01/07	0,039176	-0,210449	-1,369514	0,177488
06/12/06	0,039087	-0,202221	-1,367902	0,177988
06/09/06	0,036922	-0,208431	-1,313472	0,195682
20/07/04	0,038408	-0,181479	-1,310538	0,196971
18/11/05	0,038930	0,102300	1,304342	0,199220
26/10/04	0,037945	-0,242139	-1,302298	0,199747
13/09/06	0,035820	-0,207965	-1,292970	0,202620
13/08/07	0,036222	-0,226965	-1,285957	0,205185
02/09/04	0,036833	-0,217915	-1,282344	0,206592
14/10/04	0,036365	-0,238410	-1,273858	0,209556
01/11/04	0,036184	-0,243007	-1,270561	0,210716
12/12/06	0,033785	-0,190354	-1,268245	0,211092
19/11/04	0,035573	-0,246592	-1,259386	0,214685
09/09/04	0,035366	-0,232162	-1,255578	0,216049
18/10/06	0,033510	-0,200915	-1,249096	0,218089
31/10/05	0,035779	0,115475	1,248391	0,218802
08/11/04	0,034881	-0,244695	-1,246630	0,219281
23/04/04	0,035270	-0,203059	-1,239158	0,222167
05/10/06	0,032480	-0,194810	-1,229086	0,225428
31/08/06	0,032441	-0,189381	-1,228327	0,225710
14/02/05	0,033903	-0,246305	-1,228410	0,225974
11/08/04	0,033088	-0,206248	-1,213035	0,231738
11/10/06	0,031366	-0,190792	-1,207135	0,233687
21/09/04	0,032812	-0,222644	-1,207797	0,233726
07/12/04	0,032719	-0,241881	-1,206028	0,234401
11/02/04	0,033334	-0,190551	-1,203460	0,235538
12/11/04	0,032410	-0,227208	-1,200138	0,236656
30/05/05	0,032026	-0,253385	-1,192754	0,239506
16/10/03	0,032130	-0,229428	-1,180779	0,244334
17/12/04	0,031284	-0,226402	-1,178420	0,245110
18/02/05	0,030593	-0,238089	-1,164912	0,250477
06/02/07	0,029063	-0,182467	-1,160603	0,251923
24/01/07	0,028923	-0,197157	-1,157705	0,253092
31/01/07	0,028795	-0,187862	-1,155083	0,254153
16/04/04	0,030458	-0,170691	-1,148670	0,257192
04/09/07	0,029009	-0,204706	-1,146538	0,257770
29/09/06	0,028364	-0,181772	-1,146150	0,257791
26/07/07	0,028154	-0,213867	-1,129000	0,265016
24/10/06	0,027018	-0,179244	-1,117852	0,269563
12/09/03	0,028750	-0,221911	-1,115008	0,271187
07/11/05	0,028598	0,097010	1,111971	0,272475
16/10/07	0,027146	0,419365	1,108045	0,273863
17/08/04	0,027606	-0,189512	-1,104889	0,275352

31/01/05	0,027044	-0,268809	-1,093254	0,280369
15/09/04	0,026373	-0,193246	-1,079236	0,286499
12/12/05	0,026945	0,087022	1,078432	0,286996
24/11/05	0,026874	0,087780	1,076978	0,287637
30/11/05	0,025285	0,079260	1,056143	0,296801
24/02/05	0,025216	-0,206807	-1,054671	0,297466
30/12/04	0,024582	-0,198507	-1,040992	0,303697
30/09/03	0,025141	-0,229693	-1,040747	0,303947
18/09/03	0,024111	-0,218922	-1,018662	0,314196
11/11/05	0,023826	0,086139	1,012478	0,317107
10/10/03	0,023422	-0,210386	-1,003657	0,321291
22/11/07	0,022215	0,716708	0,999841	0,322854
13/12/04	0,021983	-0,196138	-0,983112	0,331052
23/12/04	0,021927	-0,191001	-0,981837	0,331672
25/08/06	0,020774	-0,143933	-0,977070	0,333758
26/07/04	0,021983	-0,149301	-0,971614	0,336805
04/01/06	0,020973	0,113969	0,970858	0,336926
16/03/06	0,020339	0,133455	0,955761	0,344415
06/12/05	0,020953	0,081607	0,948074	0,348515
01/07/04	0,020024	-0,133294	-0,937346	0,353816
24/07/06	0,019002	-0,128250	-0,933633	0,355476
23/05/05	0,019620	-0,201127	-0,927652	0,358766
12/01/05	0,019130	-0,205174	-0,915767	0,364896
05/02/04	0,019525	-0,160226	-0,914545	0,365651
14/07/04	0,018986	-0,128381	-0,912260	0,366718
03/06/05	0,018851	-0,197945	-0,908947	0,368445
10/05/06	0,017855	0,115735	0,904484	0,370556
08/11/07	0,016822	0,413211	0,867657	0,390290
05/08/04	0,016693	-0,142579	-0,854394	0,397622
17/05/05	0,016590	-0,208566	-0,851710	0,399094
29/04/04	0,016862	-0,155701	-0,848724	0,400847
02/03/05	0,016442	-0,171705	-0,847831	0,401227
06/01/05	0,016211	-0,183637	-0,841772	0,404573
04/05/06	0,015298	0,107075	0,836133	0,407498
17/02/04	0,016358	-0,136732	-0,835745	0,408028
25/02/04	0,015915	-0,154532	-0,824149	0,414511
02/03/04	0,015758	-0,136357	-0,820009	0,416841
22/12/05	0,014750	0,098930	0,811621	0,421378
08/03/05	0,014768	-0,150790	-0,802835	0,426485
18/07/06	0,013970	-0,113517	-0,798484	0,428784
16/05/06	0,013118	0,100460	0,773408	0,443325
06/10/03	0,013767	-0,165317	-0,765688	0,448144
10/03/06	0,012898	0,104995	0,758254	0,452341
07/07/05	0,012194	0,174929	0,728584	0,470206
16/12/05	0,012476	0,064304	0,728444	0,470384

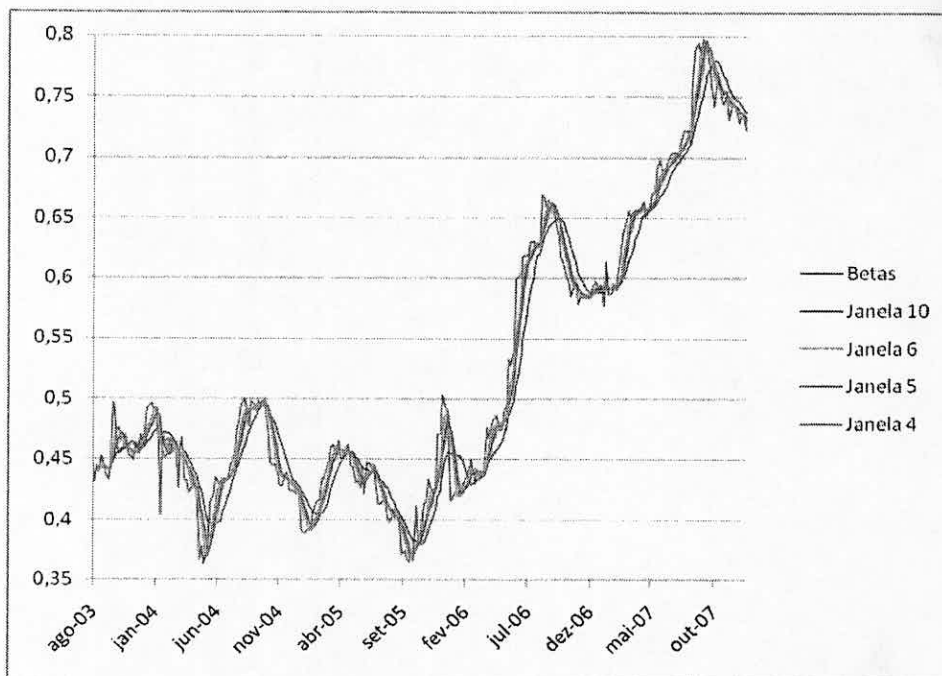
28/12/05	0,011901	0,089683	0,727962	0,470493
05/05/04	0,012010	-0,130045	-0,714530	0,478852
26/10/07	0,011377	0,424512	0,711590	0,480475
31/03/05	0,011519	-0,153261	-0,707875	0,482842
17/09/07	0,011224	-0,127051	-0,706728	0,483462
24/01/05	0,011403	-0,174972	-0,704262	0,485067
24/09/03	0,011654	-0,155135	-0,703742	0,485477
21/09/07	0,011119	-0,127277	-0,703383	0,485523
28/12/07	0,011037	0,408644	0,700745	0,487151
21/05/04	0,011228	0,133650	0,690589	0,493623
21/06/04	0,010934	-0,104158	-0,689461	0,494237
14/03/05	0,010860	-0,135336	-0,687098	0,495710
03/10/07	0,010280	0,171482	0,676037	0,502555
12/04/05	0,010372	-0,140260	-0,671334	0,505599
05/05/05	0,010016	-0,160044	-0,659583	0,513039
25/06/04	0,009643	-0,087885	-0,647074	0,521024
22/03/06	0,009266	0,097107	0,641508	0,524521
03/08/06	0,008970	-0,085824	-0,638219	0,526566
20/01/06	0,008948	0,071918	0,630274	0,531775
11/05/05	0,008557	-0,142110	-0,616252	0,540904
27/01/06	0,008468	0,071058	0,612998	0,543034
18/01/05	0,008603	-0,141378	-0,610865	0,544505
25/04/05	0,008339	-0,137029	-0,601307	0,550792
28/07/06	0,007857	-0,077058	-0,596977	0,553515
27/04/06	0,007820	0,077608	0,595546	0,554462
06/03/06	0,007646	0,073539	0,588839	0,558914
20/06/06	0,007044	-0,069647	-0,565017	0,574868
18/04/05	0,007337	-0,130779	-0,563745	0,575856
04/12/07	0,006970	0,448880	0,555725	0,581214
18/03/05	0,007133	-0,120824	-0,555820	0,581215
01/11/07	0,006595	0,258949	0,540453	0,591610
11/09/07	0,006559	-0,096399	-0,538995	0,592607
25/07/05	0,006035	0,114118	0,510965	0,611989
08/06/04	0,005965	-0,076106	-0,507954	0,614082
07/04/06	0,005801	0,072676	0,506674	0,614913
21/08/06	0,005580	-0,068790	-0,502511	0,617758
26/05/06	0,005571	0,060000	0,502094	0,618049
28/11/07	0,005541	0,353823	0,495156	0,622954
09/10/07	0,005422	0,202403	0,489756	0,626740
13/06/06	0,004975	-0,060393	-0,474322	0,637564
12/07/06	0,004927	-0,064797	-0,472020	0,639194
16/01/06	0,005038	0,053688	0,472030	0,639238
15/06/05	0,005028	-0,091482	-0,466167	0,643449
10/12/07	0,004902	0,346569	0,465588	0,643807
20/02/06	0,004652	0,057709	0,453459	0,652447

10/01/06	0,004532	0,050307	0,447543	0,656679
14/12/07	0,004147	0,287260	0,428077	0,670683
24/02/06	0,004127	0,057436	0,427022	0,671445
14/11/07	0,003753	0,238510	0,407126	0,685889
28/03/06	0,003698	0,059499	0,404117	0,688084
24/03/05	0,003655	-0,087962	-0,397191	0,693191
26/06/06	0,003462	-0,048384	-0,395361	0,694444
13/04/06	0,003392	0,049136	0,391379	0,697364
30/06/06	0,003346	-0,049492	-0,388682	0,699345
29/04/05	0,003448	-0,090919	-0,385694	0,701625
06/07/06	0,003290	-0,052354	-0,385412	0,701748
02/06/04	0,003427	0,062873	0,384529	0,702482
20/12/07	0,003236	0,224784	0,377955	0,707281
06/04/05	0,003207	-0,084599	-0,371968	0,711744
22/10/07	0,002994	0,143118	0,363503	0,717970
19/07/05	0,002443	0,069286	0,324526	0,747113
03/04/06	0,002123	0,044267	0,305958	0,761080
20/04/06	0,002017	0,039268	0,301599	0,764347
22/05/06	0,001588	0,032144	0,267493	0,790312
17/05/04	0,001682	0,049577	0,266006	0,791536
08/09/03	0,001647	-0,055229	-0,260074	0,796108
21/06/05	0,001367	-0,049617	-0,242630	0,809445
15/06/04	0,001366	-0,034475	-0,242505	0,809542
15/08/06	0,001134	-0,030614	-0,225978	0,822241
01/07/05	0,001145	0,050218	0,221970	0,825388
27/06/05	0,000990	-0,043690	-0,206479	0,837391
14/02/06	0,000910	0,024596	0,200137	0,842296
09/06/05	0,000894	0,043901	0,196174	0,845398
15/08/03	0,000921	-0,045114	-0,194462	0,846775
29/07/05	0,000599	0,032720	0,160542	0,873206
04/08/05	0,000554	-0,029109	-0,154362	0,878047
27/09/07	0,000487	-0,032121	-0,146431	0,884250
02/02/06	0,000439	0,015983	0,138971	0,890107
11/08/03	0,000405	-0,032739	-0,128963	0,898017
02/09/03	0,000320	-0,025333	-0,114503	0,909398
21/08/03	0,000225	0,021628	0,096093	0,923915
27/08/03	0,000175	-0,018575	-0,084678	0,932930
08/02/06	0,000146	0,009449	0,080107	0,936515
09/08/06	0,000106	-0,009298	-0,069209	0,945130
07/06/06	0,000106	-0,008593	-0,068289	0,945865
27/05/04	0,000064	-0,008397	-0,052582	0,958309
01/06/06	0,000047	-0,005628	-0,046020	0,963498
11/05/04	0,000042	0,008088	0,041949	0,966738
10/08/05	0,000002	0,001688	0,009702	0,992304
Média	0,038363	-0,118573		

#### 4. Resultados

Antes da análise das tabelas com resultados, cabe aqui demonstrar a variabilidade dos betas ao longo do tempo. A figura 1, abaixo, servirá como exemplo e mostra os betas (tradicionais) calculados semanalmente, com retornos semanais, sendo estes log-retornos, das ações preferenciais da Ambev.

Figura 1 - Evolução dos Betas de uma ação



Além de nos permitir observar a variabilidade do Beta a longo do tempo, o gráfico também mostra a diferença entre os betas obtidos pela regressão e as janelas móveis calculadas através da série de Betas, para suavizá-la.

Tabela 5 - Resultados do Teste de Médias realizado em cada conjunto de observações

I	Média	Estatística t	P-valor
Teste Beta=0	0,1827	0,000	100,0%

Beta geral	0,1827	1,000	31,7%
Betas significativos	0,2920	0,105	91,6%

II	Média	Estatística t	P-valor
Teste Beta=0	0,1374	0,000	100,0%
Beta geral	0,1374	1,000	31,7%
Betas significativos	0,2237		

III	Média	Estatística t	P-valor
Teste Beta=0	-0,1186	0,000	100,0%
Beta geral	-0,1186	1,000	31,7%
Betas significativos	-0,2457	0,000	100,0%

IV	Média	Estatística t	P-valor
Teste Beta=0	-0,1647	0,000	100,0%
Beta geral	-0,1647	1,000	31,7%
Betas significativos	-0,2889	0,000	100,0%

V	Média	Estatística t	P-valor
Teste Beta=0	0,1838	0,000	100,0%
Beta geral	0,1838	1,000	31,7%
Betas significativos	0,2416		

VI	Média	Estatística t	P-valor
Teste Beta=0	0,1838	0,000	100,0%
Beta geral	0,1838	1,000	31,7%
Betas significativos	0,2416		

VII	Média	Estatística t	P-valor
Teste Beta=0	-0,0285	0,064	94,9%
Beta geral	-0,0285	1,000	31,7%
Betas significativos			100,0%

VIII	Média	Estatística t	P-valor
Teste Beta=0	-0,0248	0,108	91,4%
Beta geral	-0,0248	1,000	31,7%
Betas significativos			100,0%

IX	Média	Estatística t	P-valor
Teste Beta=0	-0,0462	0,009	99,3%
Beta geral	-0,0462	1,000	31,7%
Betas significativos	0,1320	0,001	99,9%

X	Média	Estatística t	P-valor
---	-------	---------------	---------



Teste Beta=0	-0,0475	0,004	99,7%
Beta geral	-0,0475	1,000	31,7%
Betas significativos	0,0815	0,016	98,7%

A primeira investigação desta seção é a respeito da utilização de cotações diárias médias ou de fechamento para se calcular os retornos. Conforme demonstrado pela Tabela 5, não há evidências suficientes que comprovem que uma cotação é mais adequada do que a outra para realizar cálculos de Betas. As tabelas menores (classificadas por números romanos) ímpares são referentes aos resultados dos cálculos realizados com as séries de Betas calculados utilizando-se preços de fechamento, e as de números pares, preços médios.

Quanto à frequência das amostragens, é possível observar também na tabela 5, informações a respeito dos betas calculados através de diferentes métodos: utilização de dados semanais durante dois anos e de dados mensais durante cinco anos. Os resultados mostram que não se pode afirmar de maneira significativa que os cálculos com dados semanais ou mensais apresente resultados muito diferentes entre si.

Além disso, o ajuste de Scholles-Williams deslocado também não se mostrou mais eficiente do que o Beta com cálculo tradicional. A mesma falta de resultados significativos ocorreu a respeito dos cálculos de retornos através do método aritmético ou logarítmico.

## 5. Conclusões

O trabalho de Bartholdy (2001) teve a conclusão de que o Beta com maior capacidade de previsão é o calculado com amostragens mensais durante cinco anos, através de carteiras de mercado não-ponderadas. Além disso, a inclusão ou não de dividendos no modelo parece não importar.

Já nesse trabalho, pode-se observar, através da análise dos resultados obtidos após o teste de médias, que, em todos os casos, o Beta médio geral é diferente de zero, o Beta médio não é estável e que o Beta médio entre os significativos também não é estável. Utilizamos, nessas conclusões, um limite de significância de p-valor de 10%.

Isso significa que nenhum aspecto significativo foi encontrado, ou seja, que não há betas estáveis ou melhor período para estimação de betas no mercado brasileiro.

A recomendação mais comum é que se calcule o Beta através de retornos mensais, dos cinco últimos anos, e usando o Índice Bovespa como *proxy* para os cálculos do retorno de mercado, e não é possível encontrar, baseado nos cálculos desse trabalho, nenhuma evidência de que a prática não seja correta.

Desse modo, todos os agentes que trabalham com o Beta (sendo este calculado através de uma das diferentes formas aqui apresentadas) podem continuar realizando esse tipo de trabalho com tranquilidade, uma vez que não é possível afirmar que um método seja melhor do que outro.

## 6. Bibliografia

- Bartholdy, Jan. *The relative efficiency of Beta Estimates*. 2001 – Aarhus School of Business, Dinamarca
- Blume, M. [1975], “Betas and their Regression Tendencies”, *Journal of Finance*. Vol. 30(3), pp. 785-795.
- Bradfield, D., [2003]. “Investment Basics XLVI. On estimating the beta coefficient”. *Investment Analysts Journal*. No. 57, pp. 47-53.
- Bowie, DC. [1994]. “Thin trading, non-normality and the estimation of systematic risk on small stock markets”. *Unpublished Ph.D. thesis*, University of Cape Town.
- Breusch, T.S., Pagan, A.R. [1979]. “A simple test for heteroscedasticity and random coefficient variation”. *Econometrica* 47, pp. 1287-1294.
- Corrêa, Alessandro de C. *Análise de Investimentos: um teste dos modelos CAPM e APT*. João Pessoa, 1997. 107 p. Dissertação (Mestrado em Administração) – Universidade Federal da Paraíba.
- Dimson, E. [1979]. “Risk measurement when shares are subject to infrequent trading”. *Journal of Financial Economics*, pp. 7:197-206.
- Dimson, E and Marsh, P. [1983]. “The stability of UK risk measures and the problem of thin-trading”. *Journal of Finance*, pp. 38:753-783.
- Fernandes, A.L.M., Galdi, F.C., Teixeira, A.M.C, Teixeira, A.C.C. - *Teste de Aderência entre o Beta Contábil e o Beta de Mercado: uma Aplicação Prática no Mercado Brasileiro* - Fundação Capixaba de Pesquisas em Administração Contabilidade e Economia, Vitória, Brasil.
- Hildreth, C., Houck, J.P. [1968]. “Some estimators for a linear model with random coefficients”. *Journal of American Statistical Association* 63, pp. 584-595.
- Klemkosky, R. e J. Martin, [1975]. “The adjustment of Beta Forecasts”. *Journal of Finance*. Vol. 30(4), pp. 1123-1128
- Odabasi, Attila, [2003]. *An Investigation of Beta Instability in the Istanbul Stock Exchange*. - Faculty of Economics & Administrative Sciences Boğazici University, Istanbul, Turkey.
- Reilly, F. e D. Wright, [1988]. “A Comparison of Published Betas”. *Journal of Portfolio Management*. Spring, pp. 64-69.

Scholes, M. e Williams, J. [1977]. "Estimating Betas from Nonsynchronous Data".

*Journal of Financial Economics* 5, pp. 309-327.

Vasicek, O A. [1973]. "A note on using cross-sectional information in Bayesian estimation of betas". *Journal of Finance* 28, pp. 1233-1239.