

RESUMO

A pesquisa objetivou testar se a distribuição hiperbólica de Barndorff-Nielsen constitui representação adequada da distribuição de retornos no mercado acionário brasileiro. Foram considerados os retornos diários do Índice Bovespa e de 30 ações individuais, no período de 30 de junho de 1994 a 31 de dezembro de 1999 e em três subperíodos seus. Os resultados indicam que a distribuição hiperbólica constitui boa representação dos retornos do Índice Bovespa, tanto para o período global como para os três subperíodos, e constitui melhora substancial em relação à distribuição normal. Para as 30 ações analisadas, contudo, os resultados não são inequívocos. A depender do período considerado, a proporção de ações para as quais a distribuição hiperbólica se mostra adequada é variável - de um mínimo de 30 por cento a um máximo de 75 por cento. Mesmo no caso do Índice Bovespa, entretanto, a distribuição hiperbólica não parece captar retornos extremos.

PALAVRAS-CHAVE

Distribuição de retornos; Distribuição hiperbólica; Índice Bovespa.

ABSTRACT

The research aimed at testing whether Brazilian stock market returns follow a hyperbolic distribution. The tests considered the daily returns of an aggregate stock market index - the Ibovespa Index - and of 30 individual stocks during the June-30-1994 to December-31-1999 period and during three subperiods into which this time span can be broken down. Results indicate that the hyperbolic distribution is a good representation for the returns of the Ibovespa Index, no matter which period is considered, and constitutes notable improvement upon the normal distribution. For the individual stocks, however, results are not unequivocal: the proportion of stocks for which the hyperbolic distribution is a good representation ranges from a minimum of 30 percent to a maximum of 75 percent, depending on the period of analysis. Even for the Ibovespa Index, however, the hyperbolic distribution does not seem to capture extreme returns.

KEY WORDS

Returns distribution; Hyperbolic distribution; Ibovespa Index.

SUMÁRIO

| | |
|------------------------------------|----|
| I. Introdução | 3 |
| II. Metodologia e resultados | 5 |
| 1. Índice Bovespa | 5 |
| 2. Ações individuais | 10 |
| 3. Retornos extremos | 13 |
| III. Resumo e conclusões | 15 |
| IV. Bibliografia | 16 |
| V. Anexo – Ações analisadas | 20 |

OS RETORNOS NO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO E A DISTRIBUIÇÃO HIPERBÓLICA: UM ESTUDO EMPÍRICO*

José Evaristo dos Santos

I. INTRODUÇÃO

Na década de sessenta, Mandelbrot (1963), Fama (1963) e Fama (1965) identificaram uma regularidade empírica que veio a tornar-se lugar-comum na literatura financeira: os retornos diários de ações não seguem a distribuição normal - seguem uma distribuição leptocúrtica, em que a frequência de observações no centro e nas caudas é superior à que é indicada pela distribuição normal.¹

Dada a importância da pressuposição de normalidade dos retornos em várias áreas,² esses estudos deflagraram inúmeros outros, que procuraram testar a hipótese postulada pelo próprio Mandelbrot - os retornos de ações seguem a distribuição estável de Pareto - ou sugerir ou testar distribuições alternativas - a distribuição t de *Student* ou uma mistura de distribuições normais, por exemplo.³

* O NPP agradece à aluna que participou da pesquisa que originou o presente relatório como auxiliar de pesquisas, Ruth Renata Hamburger.

¹Os retornos semanais e mensais, contudo, não se distanciam muito da distribuição normal - um fenômeno para o qual ainda não há explicação teórica consensual.

²Modelos de precificação de ativos, formação de carteiras pelo critério de média-variância e precificação de derivativos, por exemplo.

³Blattberg and Gonedes (1974) e Kon (1984) sugeriram, respectivamente, a distribuição t de *Student* e uma mistura de normais. Outros estudos teóricos e empíricos sobre o tema em foco são Fama and Roll (1971), Fielitz (1976), Fielitz and Rozell (1983), Granger and Morgenstern (1970), Hagerman (1978), Hsu, Miller and Wichern (1974), Mandelbrot and Taylor (1976), Officer (1972), Samuelson (1967, 1976), Simkowitz and Beedles (1980) e Tucker (1992), entre outros. Fujihara and Park (1992), Hall et al. (1989) e So (1987) abordam o mercado futuro; Tucker and Pond (1988), o mercado de câmbio.

Mais recentemente, o tema voltou à tona com o trabalho de Eberlein and Keller (1995), que aproveitaram a classe de distribuições introduzidas por Barndorff-Nielsen (1977) e testaram a distribuição hiperbólica como modelo de formação dos retornos de ações alemãs, obtendo “...an almost perfect statistical fit,” em suas palavras.

A função de densidade de probabilidades da distribuição hiperbólica é dada por :

$$f(\alpha, \beta, \delta, \mu)(x) = \frac{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}{2\alpha\delta K_1\left(\delta\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}\right)} e^{-\alpha\sqrt{\delta^2 + (x-\mu)} + \beta(x-\mu)},$$

em que K_1 denota a função de Bessel modificada de terceira espécie, com índice 1. Os parâmetros α e β determinam a forma da função, sendo β associado à assimetria da distribuição, com $\alpha > 0$ e $0 \leq |\beta| < \alpha$; δ e μ são parâmetros de escala e de localização, respectivamente.

O presente estudo⁴ objetivou testar se o processo de formação dos retornos do mercado acionário brasileiro segue a distribuição hiperbólica. Nesse sentido, contribui para a literatura brasileira sobre o assunto, iniciada por Aílton Cassetari.⁵

⁴ O autor agradece ao Núcleo de Pesquisas e Publicações da Fundação Getúlio Vargas – São Paulo, que financiou a pesquisa, a Ruth Renata Hamburger, doutoranda do Curso de Mestrado e Doutorado em Administração de Empresas da citada FGV-SP, que atuou como assistente de pesquisa com muita dedicação e competência, e a Edvaldo Amorim Alves, Ricardo A. de V. Escórcio, Edson G. Fidalgo e Sidinei dos Santos Araújo, especialistas em Informática dessa Instituição, que ajudaram na implantação do *software* utilizado na pesquisa.

⁵ Ver Cassetari (2001a) e Cassetari (2001b).

II. METODOLOGIA E RESULTADOS

Foram estudados os retornos diários do principal índice do mercado acionário brasileiro - o Índice Bovespa (Ibovespa), calculado pela Bolsa de Valores de São Paulo - e das trinta ações mais negociadas nessa bolsa durante 1999. O período analisado estendeu-se de 30 de junho de 1994 a 31 de dezembro de 1999 - um período pós-Plano Real, portanto.

Os dados básicos trabalhados foram os retornos diários dos instrumentos citados, r_t , dados por:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right),$$

em que P_t e P_{t-1} são os preços de fechamento nos dias t e $t-1$, respectivamente.

1. ÍNDICE BOVESPA

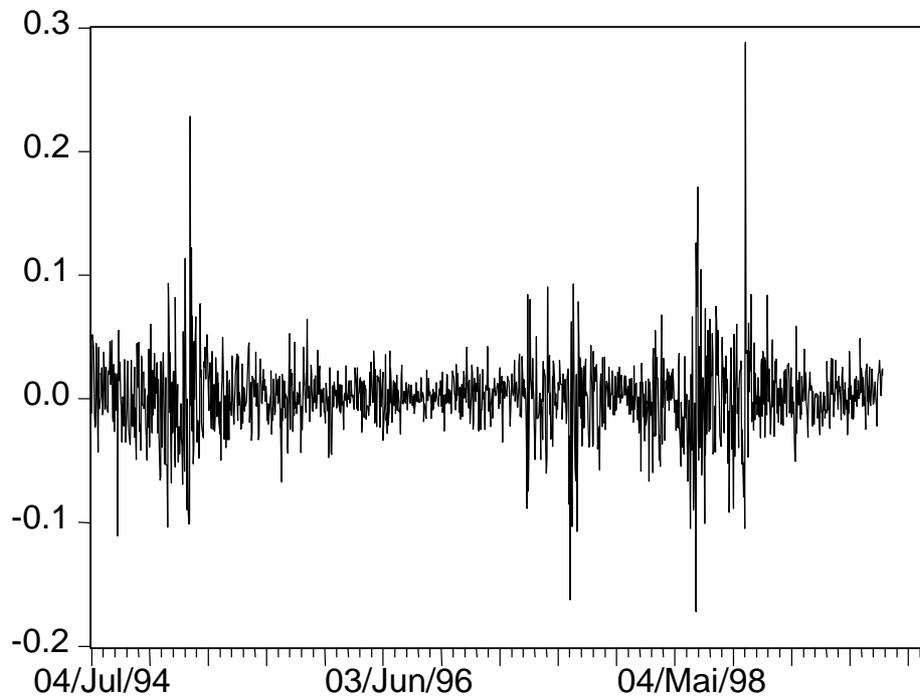
O gráfico que se segue mostra os retornos diários do Ibovespa no período estudado. Análise visual desses retornos sugere a existência de três subperíodos, a saber:

- o primeiro, caracterizado por alta volatilidade, que se estende de 01 de julho de 1994, início do período analisado, a 30 de junho de 1995, após a crise cambial de fevereiro/março de 1995;
- o segundo, mais “tranquilo,” de 01 de julho de 1995 a 30 de junho de 1997, antes da eclosão da chamada Crise da Ásia;

- e o terceiro, novamente caracterizado por alta volatilidade, que começa em 01 julho de 1997 e termina em 31 de dezembro de 1999, durante o qual três crises ocorreram: a citada Crise da Ásia, a Crise da Rússia (segundo semestre de 1998) e a crise relacionada com a flutuação do Real (primeiro semestre de 1999).

Gráfico

Ibovespa – Retornos Diários
(01 de julho de 1994 a 31 de dezembro de 1999)



A Tabela 1 apresenta estatísticas descritivas (média, desvio-padrão, valor máximo, valor mínimo, assimetria, curtose e estatística de Jarque-Bera) dos retornos em questão. Concentrando a atenção inicialmente no período global, os resultados indicam retorno médio próximo de zero (0,1142% ao dia), alta volatilidade

(3,0029% ao dia), um certo grau de assimetria (0,656226) e elevada curtose (14,638160). Os dois últimos parâmetros sugerem não-normalidade dos retornos, confirmada pela alta estatística de Jarque-Bera (7761,499). Esse padrão é confirmado no primeiro e terceiro subperíodos (julho de 1994 a junho de 1995 e julho de 1997 a dezembro de 1999). No segundo subperíodo (julho de 1995 a junho de 1997), contudo, a volatilidade é menor (1,6248% ao dia); a assimetria, a curtose e a estatística Jarque-Bera também são menores, sugerindo menor desvio em relação à pressuposição de normalidade.

Tabela 1**Ibovespa – Retornos Diários****Estatísticas Descritivas**

| ESPECIFICAÇÃO | 01/JUL/94 a 31/DEZ/99 | 01/JUL/94 a 30/JUN/95 | 01/JUL/95 a 30/JUN/97 | 01/JUL/97 a 31/DEZ/99 |
|----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Observações | 1358 | 245 | 493 | 620 |
| Média | 0,001142 | -0,000022 | 0,002534 | 0,000496 |
| Mediana | 0,002118 | -0,000732 | 0,002884 | 0,001828 |
| Máximo | 0,288176 | 0,228126 | 0,064268 | 0,288176 |
| Mínimo | -0,172292 | -0,110895 | -0,067494 | -0,172292 |
| Desvio Padrão | 0,030029 | 0,038765 | 0,016248 | 0,034237 |
| Assimetria | 0,656226 | 0,755649 | -0,141772 | 0,637741 |
| Curtose | 14,638160 | 7,822492 | 4,309147 | 13,88083 |
| | | | | |
| Jarque-Bera | 7761,499 | 260,726 | 36,857 | 3100,500 |
| Valor-p | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |

A Tabela 2 apresenta resultados de testes de autocorrelação, os quais indicam que, para o período global da análise e para os três subperíodos, a hipótese nula de que as primeiras vinte e uma autocorrelações são iguais a zero é rejeitada.⁶

Tabela 2

Ibovespa – Retornos Diários

Teste de Autocorrelação

| ESPECIFICAÇÃO | 01/JUL/94 a 31/DEZ/99 | 01/JUL/94 a 30/JUN/95 | 01/JUL/95 a 30/JUN/97 | 01/JUL/97 a 31/DEZ/99 |
|----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Observações | 1358 | 245 | 493 | 620 |
| Est. Q(21) | 78,179 | 39,322 | 38,507 | 43,659 |
| Valor-p | 0,000 | 0,009 | 0,011 | 0,003 |

A Tabela 3 apresenta estimativas dos parâmetros da distribuição hiperbólica aplicada aos retornos diários do Ibovespa. Os parâmetros foram estimados por máxima verossimilhança.⁷

⁶ Foram também aplicados testes de existência de raiz unitária. Os resultados para o período global da análise e para os três subperíodos mostram que as hipóteses nulas de existência de raiz unitária são rejeitadas, indicando estacionariedade das séries. Semelhantemente, foram realizadas regressões dos retornos diários contra variáveis artificiais representativas de dias da semana, março de 1995 (Crise do México), outubro de 1997 (Crise da Ásia), novembro de 1998 (Crise da Rússia) e janeiro de 1999 (passagem do Real para o regime de taxas flutuantes). Nenhuma delas se mostrou estatisticamente significativa.

⁷ Para estimativa dos parâmetros, foi utilizado o *software* Hyp, gentilmente cedido pelo prof. P. Blaesild.

Tabela 3**Ibovespa – Retornos Diários****Parâmetros da Distribuição Hiperbólica**

| ESPECIFICAÇÃO | 01/JUL/94 a | 01/JUL/94 a | 01/JUL/95 a | 01/JUL/97 a |
|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | 31/DEZ/99 | 30/JUN/95 | 30/JUN/97 | 31/DEZ/99 |
| Observações | 1358 | 245 | 493 | 620 |
| α | 51,6950 | 50,1637 | 109,3948 | 45,7844 |
| β | -2,6778 | 4,2827 | -3,5338 | -3,3169 |
| δ | 0,0050 | 0,0372 | 0,0136 | 0,0064 |
| μ | 0,0033 | -0,0060 | 0,0035 | 0,0039 |

A Tabela 4 mostra os resultados de aplicação do teste do qui-quadrado para análise do grau de ajustamento (*goodness of fit*) dos retornos diários do Ibovespa à distribuição hiperbólica. Nela, k representa a quantidade de intervalos em que o total de observações foi dividido - escolhida de forma tal que o número de observações em cada intervalo seja superior a 5. Como estamos estimando 4 parâmetros para a distribuição, a hipótese nula de que os retornos diários do Ibovespa seguem a distribuição hiperbólica não é rejeitada a um nível de significância α se $\chi^2 < \chi^2_{k-1; 1-\alpha}$. Pelos resultados obtidos, a hipótese nula em questão não é rejeitada, quer no período global (13,3 < 14,1) quer nos três subperíodos (12,0 < 14,1; 7,2 < 19,7 e 7,1 < 12,6). Podemos dizer, então que, contrariamente ao caso da distribuição normal, a distribuição hiperbólica constitui boa representação dos retornos do Ibovespa.

Tabela 4**Ibovespa – Retornos Diários****Teste do χ^2**

| ESPECIFICAÇÃO | 01/JUL/94 a 31/DEZ/99 | 01/JUL/94 a 30/JUN/95 | 01/JUL/95 a 30/JUN/97 | 01/JUL/97 a 31/DEZ/99 |
|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| χ^2 | 13,3 | 12,0 | 7,2 | 7,1 |
| No. de intervalos (k) | 12 | 12 | 16 | 11 |
| $\chi^2_{k-5; 0,95}$ | 14,1 | 14,1 | 19,7 | 12,6 |

2. AÇÕES INDIVIDUAIS

A análise foi repetida para trinta ações individuais, selecionadas pelo critério de maior negociação no ano de 1999, as quais se encontram relacionadas no Anexo.⁸ Os resultados de testes de normalidade encontram-se na Tabela 5. Para o período global e para o terceiro subperíodo, a hipótese nula de normalidade dos retornos foi rejeitada para todas as ações; para o segundo subperíodo, foi rejeitada para 23 das 30 ações; para o primeiro subperíodo, contudo, a quantidade de ações em que a hipótese foi rejeitada foi menor (17 ações), indicando que, também, para as ações individuais, o primeiro subperíodo mostrou-se mais “bem comportado.”

⁸ Testes de raiz unitária para o período global e para os três subperíodos mostram que a hipótese nula de existência de raiz unitária é rejeitada para todas as ações, indicando estacionariedade das séries.

Tabela 5**Trinta Ações Individuais – Retornos Diários****Rejeição *versus* Não-Rejeição da Hipótese Nula de Normalidade dos Retornos**

| RESULTADO | 01-JUL-94 a 31-DEZ-99 | 01-JUL-94 a 30-JUN-95 | 01-JUL-95 a 30-JUN-97 | 01-JUL-97 a 31-DEZ-99 |
|----------------------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Ações em que a hipótese nula é rejeitada a 95% | 30 | 17 | 23 | 30 |
| Ações em que a hipótese nula não é rejeitada a 95% | 0 | 13 | 7 | 0 |
| Total | 30 | 30 | 30 | 30 |

A Tabela 6 mostra os resultados de testes de autocorrelação. De certa forma, o mesmo “quadro” emerge: o primeiro subperíodo mostra-se mais “bem comportado” que o período global e os outros dois subperíodos, no sentido de que, nele, a hipótese nula não foi rejeitada para a grande maioria das ações.

Tabela 6**Trinta Ações Individuais – Retornos Diários****Rejeição *versus* Não-Rejeição da Hipótese Nula de que as Primeiras Vinte e Uma Autocorrelações São Iguais a Zero**

| RESULTADO | 01-JUL-94 a 31-DEZ-99 | 01-JUL-94 a 30-JUN-95 | 01-JUL-95 a 30-JUN-97 | 01-JUL-97 a 31-DEZ-99 |
|----------------------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Ações em que a hipótese nula é rejeitada a 95% | 28 | 5 | 13 | 20 |
| Ações em que a hipótese nula não é rejeitada a 95% | 2 | 25 | 17 | 10 |
| Total | 30 | 30 | 30 | 30 |

Finalmente, a Tabela 7 mostra os resultados de testes da hipótese nula de que os retornos das ações individuais seguem a distribuição hiperbólica. Observa-se que, no período global, a hipótese nula não é rejeitada somente em cerca de 30 por cento das ações (8 de 28 ações).⁹ Esse resultado, contudo, não é robusto a variações no período de análise: nos três subperíodos estudados, a proporção de ações para as quais a hipótese nula não pôde ser rejeitada foi melhor, atingindo cerca de 75 por cento no terceiro subperíodo (23 de 30 ações).¹⁰

Tabela 7

Trinta Ações Individuais – Retornos Diários

Rejeição *versus* Não-Rejeição da Hipótese Nula de que os Retornos Seguem a Distribuição Hiperbólica

| ESPECIFICAÇÃO | 01-JUL-94 a 31-DEZ-99 | 01-JUL-94 a 30-JUN-95 | 01-JUL-95 a 30-JUN-97 | 01-JUL-97 a 31-DEZ-99 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Ações em que a hipótese nula é rejeitada a 95% | 20 | 10 | 13 | 7 |
| Ações em que a hipótese nula não é rejeitada a 95% | 8 | 18 | 15 | 23 |
| Total de ações | 28* | 28* | 28* | 30 |
| * Para duas ações, os resultados não convergiram e o <i>software</i> utilizado não pôde calcular o ² . | | | | |

⁹Esse resultado contrasta fortemente com os relatados em Eberlein and Keller (1995), em que a hipótese nula não pôde ser rejeitada em cem por cento das 10 ações estudadas. Aplicação formal do Teste Exato de Fisher leva à rejeição, ao nível de significância de 1%, da hipótese nula de que esse percentual é igual ou inferior ao que se observa com as 28 ações brasileiras.

¹⁰Vários critérios foram analisados, procurando-se identificar, mediante aplicação do citado Teste Exato de Fisher, se as diferenças entre os subperíodos seguiam algum “padrão” - isto é, se a rejeição/não rejeição estava associada ao ramo de atividade das emissoras das ações (instituições financeiras versus instituições não financeiras, por exemplo), à maior ou menor volatilidade (estimada pelo desvio-padrão dos retornos), à maior ou menor assimetria, à maior ou menor curtose, ao maior ou menor valor da estatística de Jarque-Bera, etc. Nenhum padrão foi identificado.

Em comparação com a pressuposição de normalidade (Tabela 5), verifica-se que a pressuposição de que os retornos diários das ações seguem a distribuição hiperbólica representa grande melhora, tanto no período global como nos subperíodos estudados, conforme a Tabela 8 resume.

Tabela 8

Trinta Ações Individuais – Retornos Diários

Não-Rejeição de Normalidade *versus* Distribuição Hiperbólica

| RESULTADO | 01-JUL-94 a 31-DEZ-99 | 01-JUL-94 a 30-JUN-95 | 01-JUL-95 a 30-JUN-97 | 01-JUL-97 a 31-DEZ-99 |
|---------------------------------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Ações em que a distribuição normal não é rejeitada a 95% | 0 | 13 | 7 | 0 |
| Ações em que a distribuição hiperbólica não é rejeitada a 95% | 8 | 18 | 15 | 23 |

3. RETORNOS EXTREMOS

O desenvolvimento do conceito de *VaR - Value at Risk* fez recrudescer o interesse em retornos que se situam nas caudas de suas distribuições. É possível que determinada distribuição estatística apresente bom grau de ajustamento aos retornos “como um todo,” mas que isso não aconteça nas caudas. Tendo como motivação esse tipo de consideração, a Tabela 9 apresenta os resultados de investigação de quão bem a distribuição hiperbólica se ajusta à distribuição empírica em retornos extremos negativos e positivos, definidos como retornos (algebricamente) inferiores e superiores a 3 desvios-padrão, respectivamente.¹¹ Nota-se que, na cauda à esquerda, o melhor desempenho da distribuição hiperbólica ocorre no segundo

¹¹ A análise somente foi realizada para o Índice Bovespa.

subperíodo, para o qual ela indica uma frequência de 0,099 observações, quando a frequência observada na distribuição empírica é de zero observações. Nos demais períodos a hipérbolica subestima a frequência real; na melhor das hipóteses, aponta uma frequência que se mostra apenas cerca de 20 por cento da frequência real, no segundo subperíodo. Na cauda à direita, a subestimação mostra-se presente em todos os períodos; a melhor indicação é de 24 por cento da frequência real, também no segundo subperíodo.

Tabela 9

Ibovespa – Retornos Diários

**Frequência Esperada pela Distribuição Hipérbolica *versus*
Frequência Observada na Distribuição Empírica: Retornos Extremos**

| PERÍODO | Retornos < - 3 σ | | | Retornos > 3 σ | | |
|------------------------------|-------------------------|------|-----------|-----------------------|------|-----------|
| | Hip. | Emp. | Hip./Emp. | Hip. | Emp. | Hip./Emp. |
| 01/JUL/94 a 31/DEZ/99 | 0,795 | 16 | 0,05 | 0,631 | 9 | 0,07 |
| 01/JUL/94 a 30/JUN/95 | 0,099 | 0 | NA | 0,203 | 2 | 0,10 |
| 01/JUL/95 a 30/JUN/97 | 0,400 | 2 | 0,20 | 0,483 | 2 | 0,24 |
| 01/JUL/97 a 31/DEZ/99 | 0,041 | 6 | 0,07 | 0,113 | 4 | 0,03 |

σ = desvio-padrão dos retornos; Hip. = frequência pela distribuição hipérbolica; Emp. = frequência observada na distribuição empírica; H/E = quociente entre frequência pela distribuição hipérbolica e frequência observada na distribuição empírica; NA = não se aplica, pois a frequência pela distribuição empírica foi nula.

III. RESUMO E CONCLUSÕES

Vão-se quase quarenta anos desde que estudos de Mandelbrot e Fama indicaram que os retornos de ações não seguem a distribuição normal. Desde então, muito se tem escrito e pesquisado a respeito de qual distribuição estatística melhor se amolda à distribuição empiricamente observada. Recentemente, a atenção voltou-se para a distribuição hiperbólica, que se mostrou boa representação de retornos de ações alemãs. Esta pesquisa procurou testar se essa distribuição também é aplicável no mercado acionário brasileiro.

Foram estudados os retornos diários (logarítmicos) do Índice Bovespa e das 30 ações mais negociadas durante o ano de 1999. O período abrangido pela análise estendeu-se de 30 de junho de 1994 a 31 de dezembro de 1999, o qual foi subdividido em três subperíodos relativamente homogêneos (30 de junho de 1994 a 30 de junho de 1995, 01 de julho de 1995 a 30 de julho de 1997 e 01 de julho de 1997 a 31 de dezembro de 1999), para verificação da robustez dos resultados a variações no período de análise.

A distribuição hiperbólica mostrou-se representação adequada dos retornos do Índice Bovespa, no período global e nos três subperíodos estudados, em oposição à distribuição normal, que sempre se mostrou inadequada.

Os resultados para as ações individuais, contudo, não foram inequívocos. A proporção de ações em que a hipótese nula de que os retornos seguem a distribuição hiperbólica variou de um máximo de 75 por cento (23 de 30 ações, no período de 01 de julho de 1997 a 31 de dezembro de 1999) a um mínimo de 30 por cento (8 de 28 ações, no período de 01 de julho de 31 de dezembro de 1999). Pesquisas futuras em que se utilizem a distribuição hiperbólica generalizada podem mostrar melhores resultados, na linha do que que Prause (1997) e Eberlein and Prause (1998) fizeram.

Mesmo no caso em que a representação pela distribuição hiperbólica se mostrou adequada em todos os períodos estudados - no caso dos retornos do Índice Bovespa - ela não se mostrou capaz de captar retornos extremos em ambas as caudas, subestimando a frequência de observações que aí realmente se verificam. Nesse sentido, a distribuição hiperbólica pode subestimar o cálculo do *VaR* - *Value at Risk*. Pesquisas adicionais em que esse parâmetro seja calculado com base na distribuição hiperbólica e na Teoria dos Valores Extremos podem indicar o grau de subestimação aí presente.

IV. BIBLIOGRAFIA

Barndorff-Nielsen, O . E., 1977, Exponentially decreasing distributions for the logarithm of a particle size, *Proceedings of the Royal Society (London), Series A*, 353, 401-419.

Blaesild, P., and Sorensen, M. K., 1992, “Hyp” - a computer program for analyzing data by means of the hyperbolic distribution, *Research Report no. 248*, University of Aarhus, Department of Theoretical Statistics.

Blattberg, R., and Gonedes, N., 1974, A comparison of the stable and Student distributions as statistical models for stock prices, *Journal of Business* 47:244-280.

Cassettari, A., 2001a, Um método para utilização de distribuições hiperbólicas na análise de retornos de ativos: o exemplo da Bovespa. *Resenha BM&F* no. 143, janeiro-fevereiro.

Cassettari, A., 2001b, Sobre o cálculo do “value at risk” usando distribuições hiperbólicas: Uma abordagem alternativa, *Revista de Administração*, 36(2), 103-116.

- Clark, P., 1973, A subordinated stochastic process model with finite variance for speculative prices, *Econometrica*, 41:135-155.
- Eberlein, E., and Keller, U., 1995, Hyperbolic distributions in finance, *Bernoulli* 1:281-299.
- Eberlein, E. and Prause, K., 1998, The generalized hyperbolic model: Financial derivatives and risk measures. *Working Paper* no. 56. Universitat Freiburg.
- Fama, E., 1963, Mandelbrot and the Stable Paretian hypothesis, *Journal of Business* 36:420-429.
- Fama, E., 1965, The behavior of stock prices, *Journal of Business* 47:244-280.
- Fama, E., and Roll, R., 1971, Parameter estimates for symmetric stable distributions, *Journal of the American Statistical Association* 66:331-338.
- Fielitz, B., 1976, Further results on asymmetric stable distributions of stock prices changes, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 11:39-55.
- Fielitz, B., and Rozell, J., 1983, Stable distributions and mixtures of distributions hypotheses for common stock returns, *Journal of the American Statistical Association* 78, 28-36.
- Fujihara, Roger, and Park, Keehwan, 1992, The probability distribution of futures prices in the foreign exchange market: A comparison of candidate processes, *Journal of Futures Markets* 10:623-641.
- Granger, C., and Morgenstern, O., 1970, *Predictability of Stock Market Prices*, Lexington, MA: Lexington.

- Hagerman, R., 1978, More evidence on the distribution of security returns, *Journal of Finance*, 33, 1213-1220.
- Hall, Joyce, Brorsen, B., and Irwin, Scott, 1989, The distribution of futures prices: A test of the Stable Paretian and Mixture of Normals hypotheses, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 24:105-115.
- Hsu, D., R. Miller, and Wichern, D., 1974, On the Stable Paretian behavior of stock market prices, *Journal of the American Statistical Association* 69, 108-113.
- Kon, Stanley, 1984, Models of stock returns - A comparison, *Journal of Finance*, 39:147-165.
- Larson, H., 1990, *Introduction to Probability Theory and Statistical Inference*, New York: Wiley.
- Mandelbrot, B., 1963, The variation of certain speculative prices, *Journal of Business* 36, 394-419.
- Mandelbrot, B., and Taylor, H., 1976, On the distribution of stock price differences, *Operations Research* 15, 1057-1062.
- Officer, R., 1972, The distribution of stock returns, *Journal of the American Statistical Association* 67, 807-812.
- Prause, K. 1997. Modelling financial data using generalized hyperbolic distributions. *Working Paper*. no. 48. Universitat Freiburg.
- Samuelson, P., 1967, Efficient portfolio selection for Pareto-Lévy investments, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 2, 107-122.

- Samuelson, P., 1976, Limited liability, short selling, bounded utility, and infinite-variance stable distributions, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 34, 485-503.
- Simkowitz, M., and Beedles, W., 1980, Asymmetric stable distributed security returns, *Journal of the American Statistical Association* 75, 306-312.
- So, Jacky, 1987, The Sub-Gaussian distribution of currency futures: Stable Paretian or nonstationary?, *Review of Economics and Statistics* 69:100-107.
- Tucker, A., 1992, A reexamination of finite- and infinite-variance distributions as models of daily stock returns, *Journal of Business and Economic Statistics* 10, 73-81.

V. ANEXO – AÇÕES ANALISADAS¹²

| Ordem | Ação |
|--------------|----------------------|
| 1 | Acesita PN |
| 2 | Ambev PN |
| 3 | Banespa PN |
| 4 | Bradesco PN |
| 5 | Bradesco ON |
| 6 | Banco do Brasil ON |
| 7 | Banco do Brasil PN |
| 8 | Cemig ON |
| 9 | Cerj ON |
| 10 | Cesp PN |
| 11 | Eletronbras ON |
| 12 | Eletronbras PNB |
| 13 | Inepar PN |
| 14 | Ipiranga Pet PN |
| 15 | Itaubanco PN |
| 16 | Itausa PN |
| 17 | Light ON |
| 18 | Petrobrás Dist PN |
| 19 | Petrobrás ON |
| 20 | Petrobrás PN |
| 21 | Sadia SA PN |
| 22 | Sid Nacional ON |
| 23 | Sid Tubarão PN |
| 24 | Souza Cruz ON |
| 25 | Telebrás RCTB ON |
| 26 | Telebrás RCTB PN |
| 27 | Telesp Operac PN |
| 28 | Usiminas PNA |
| 29 | Vale do Rio Doce PNA |
| 30 | White Martins ON |

¹² Foram excluídas ações que, apesar de terem alto volume de negociação em 1999, não apresentaram dados contínuos para o período estudado - as novas empresas de telecomunicações, por exemplo.