Seguro Dinâmico de Portfólio*

Eduardo Facó Lemgruber**
João Luiz Becker***
Rousely Freire Felício****

Existem hoje no mercado diversas estratégias de *hedge* empregadas com o objetivo de controlar o risco de uma carteira de ativos de forma a atender aos perfis desejados de risco e retorno dos investidores. Entre elas, a estratégia do Seguro Dinâmico de Portfólio permite ao investidor limitar suas perdas sem, no entanto, impor limitações às suas oportunidades de ganho.
Este artigo apresenta, de forma simplificada, esta estratégia dinâmica para seguros de portfólios. A proteção dos ativos é feita pela criação de portfólios sintéticos, que permitem a construção de seguros para qualquer prazo e valor desejados. O estudo apresenta duas formas de ajuste para a posição sintética. A primeira consiste em negociar parte do ativo segurado com venda gradual do ativo de risco à medida que o valor deste ativo cai, e na sua recompra, também gradual, à medida que seu valor sobe. Uma outra forma, mais empregada devido a seus baixos custos de transação, ajusta o ativo de risco através da compra ou da venda de contratos futuros. Para diversas situações aleatórias apresentadas, mostra-se que esta técnica de *hedge* limita as perdas do patrimônio, sem impor limitações às suas oportunidades de ganhos. As operações de ajuste exigem, entretanto, a utilização de recursos adicionais em um total igual ao prêmio do seguro, o que constitui a perda máxima obtida para situações mais adversas. Finalmente, simula-se o uso da técnica para um período de dois anos. Faz-se uso do modelo na sua forma mais simples, ignorando-se a existência de custos de transações, para analisar a eficiência da estratégia no mercado de ouro brasileiro.

*Os autores agradecem a João Miranda, da Coppead / UFRJ, por seus comentários.
**Professor de Finanças na Coppead / UFRJ.
***Professor de Métodos Quantitativos Aplicados no PPGA / UFRGS.
**** Mestre em Administração pela Coppead / UFRJ.

1. Introdução

Existem hoje no mercado diversas estratégias de *hedge* empregadas com o objetivo de controlar o risco de uma carteira de ativos de forma a atender aos perfis desejados de risco e retorno dos investidores. Entre elas, a estratégia do Seguro Dinâmico de Portfólio permite ao investidor limitar suas perdas sem, no entanto, impor limitações às suas oportunidades de ganho. O Seguro Dinâmico de Portfólio, embora pouco conhecido no mercado brasileiro, tornou-se, recentemente, uma das estratégias mais populares no mercado americano.

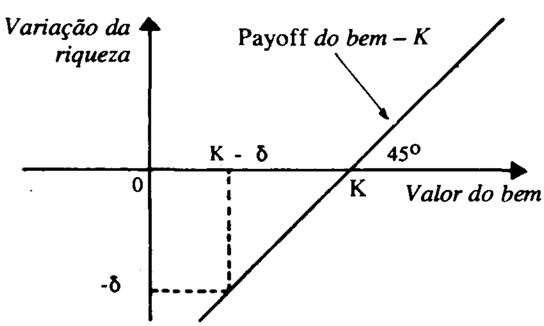
As primeiras idéias a respeito do tema surgiram com os trabalhos de Leland (1980) e Rubinstein & Leland (1981), sendo a metodologia gradualmente absorvida pelo mercado. O volume de ativos protegidos pela técnica de Seguro Dinâmico de Portfólio nos diversos mercados americanos, ainda incipiente em 1984, apresentou a partir de então um crescimento estrondoso. O *Wall Street Journal*, em sua edição de 28 de outubro de 1987, dá conta de que em setembro de 1987 o valor total de portfólios protegidos através desta estratégia na Chicago Mercantile Exchange chegava a mais de US$ 60 bilhões (ver Anders, 1987). Nesta época, a popularidade da estratégia era tanta que se especulou sobre sua responsabilidade no colapso do mercado americano no dia 19 de outubro de 1987 conhecido como a segunda-feira negra, quando o índice Dow Jones caiu mais de 500 pontos. Em investigação promovida pelo Congresso Americano, o relatório da chamada Comissão Brady conclui que a queda do mercado naquela segunda-feira pode ter sido ampliada pela enorme quantidade de ordens de vendas emitidas pelos investidores protegidos pela estratégia do Seguro Dinâmico de Portfólio ao buscarem proteção contra a queda do mercado na semana anterior (Hull, 1989). Por sua vez, Rubinstein (1988) e Leland (1988) argumentam que o declínio dos preços foi causado primariamente pela inabilidade do mercado em oferecer liquidez nos volumes de operações desejados pelos investidores.

Dado o sucesso que o Seguro Dinâmico de Portfólio vem obtendo no mercado americano, e visto o seu quase desconhecimento no mercado brasileiro, é interessante estudar as suas principais características. Este artigo tem como objetivo apresentar esta estratégia de *hedge* através de um exemplo simplificado de sua operação, além de relatar os resultados de um teste empírico no mercado brasileiro de ouro. O trabalho inicia com breves considerações sobre o conceito de seguro. As seções 3 e 4 apresentam pormenores técnicos de opções sintéticas, e a seção 5 descreve a técnica do Seguro Dinâmico de Portfólio e mostra como operacionalizar esta estratégia. A seção 6 apresenta os resultados do teste empírico e a seção 7 conclui o trabalho.

2. Breves considerações sobre o conceito de seguro

Para se entender o que é o Seguro Dinâmico de Portfólio é necessário, primeiro, ratificar-se o conceito de seguro. Segurar um ativo significa pagar um prêmio para se obter uma proteção contra uma possível desvalorização deste ativo no mercado. Considere-se, por exemplo, o seguro contra acidentes de um automóvel. Deixando de lado algumas tecnicalidades, pode-se descrevê-lo da seguinte forma: devido à possibilidade (aleatória) da ocorrência de acidentes, o valor de mercado do veículo em alguma data futura pode cair abaixo de um determinado valor segurado (K), alterando o patrimônio do proprietário (ver figura 1); na tentativa de evitar esta possível perda, compra-se (pagando-se um prêmio P) uma apólice de seguro garantindo ao seu possuidor a recomposição do valor K se algum acidente acontecer; a figura 2 mostra o correspondente fluxo de recebimentos; a agregação da variação patrimonial é apresentada na figura 3, evidenciando a proteção obtida. Do exame das figuras 1 a 3, depreende-se que o possuidor da apólice pode beneficiar-se de uma possível valorização do veículo, limitando suas possíveis perdas sem alterar seus possíveis ganhos.

Figura 1
Variação da riqueza
em relação ao valor de referência K
(do possuidor de um bem em função do valor do bem)



A proteção contra desvalorizações de ativos financeiros pode ser feita através da compra de opções de venda. Uma opção de venda é um contrato de contingência entre duas partes em que a parte compradora possui o direito de vender determinado ativo (ativo-objeto) a um preço preestabelecido (preço de exercício, K) até a data de vencimento da operação. Se nesta data o valor de mercado do ativo-objeto for inferior ao preço de exercício, o detentor da opção de venda exercerá seu direito de venda, entregando à parte vendedora (da opção de venda) o ativo-objeto e recebendo em troca o valor K. Por outro lado, se o valor do ativo-objeto for superior ao preço de exercício, ele não exercerá seu direito de venda.

O resultado da operação é idêntico ao do seguro. A variação patrimonial do detentor do portfólio formado por uma unidade do ativo-objeto e uma opção de venda é a mesma apresentada na figura 3. Enquanto as perdas estão limitadas ao prêmio da opção de venda (P), não há restrições aos ganhos.

Figura 2
Variação da riqueza
(do possuidor de um seguro em função do valor do bem)

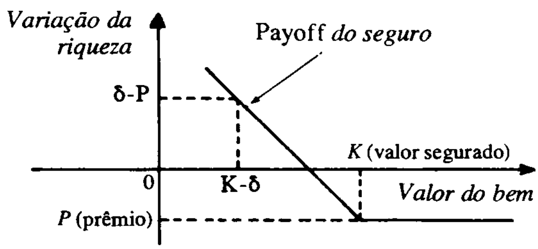
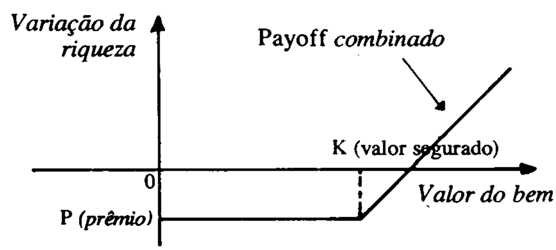


Figura 3
Variação da riqueza
(do possuidor de um bem segurado em função do valor do bem)



Embora essa estratégia se mostre perfeita, existem várias limitações à sua implementação. A principal limitação é a inexistência de opções de venda negociadas nos mercados financeiros brasileiros com liquidez satisfatória. Além disso, ainda que haja disponibilidade de tais opções, suas datas de vencimento e seus preços de exercício representam fatores limitantes para o investidor no momento de fazer o seguro, pois o prazo e o valor deste estariam vinculados, respectivamente, a estas variáveis. Para driblar estas limitações, podem-se criar opções de venda *sinteticamente*, em qualquer ativo, com qualquer preço de exercício (valor do seguro) e qualquer prazo de vencimento (período de cobertura) desejados.

3. Opções sintéticas

Diferentes ativos com idênticos fluxos de pagamentos futuros devem ter igual valor. Black & Scholes (1973) mostram ser possível a formação de um portfólio constituído por uma opção de venda (seja P_t o seu valor no momento t) e uma fração (Δ_t) do ativo-objeto (seja S_t o seu valor no momento t) cujo retorno é livre de risco. A fração Δ_t é chamada de taxa de *hedge* da opção de venda. Acoplada à hipótese de eficiência de mercado, isto implica que o fluxo de pagamentos futuros do portfólio $[+P_t, +\Delta_t S_t]$ deve ser idêntico ao de uma aplicação financeira livre de risco no valor monetário $\$\{P_t + \Delta_t S_t\}$ e portanto ter igual valor.[1] Escreve-se:

[1] Usa-se a notação $\$\{x\}$ para representar a aplicação financeira livre de risco com valor monetário x e $[x_1, x_2, ...]$ para representar o portfólio constituído pelos ativos $x_1, x_2, ...$ Um

$$[+ P_t, + \Delta_t S_t] \equiv \$ \{P_t + \Delta_t S_t\} \qquad (1)$$

para representar formalmente que a posse do portfólio tem o mesmo valor que a posse da aplicação financeira.

A identidade (1) é a base para a construção das opções sintéticas. Enquanto o termo da esquerda de (1) não pode ser montado fisicamente pela ausência de liquidez no mercado de opções, pode-se possuir seu equivalente em valor. Basta realizar (fisicamente) a aplicação financeira livre de risco representada pelo termo da direita. Necessita-se para isto apenas de informações sobre os valores P_t, Δ_t e S_t.

Normalmente, o valor S_t pode ser facilmente encontrado consultando-se preços vigentes no mercado. O valor P_t, entretanto, apresenta dificuldades adicionais: como determinar o valor de uma opção de venda se esta não apresenta liquidez no mercado? A determinação do valor Δ_t, também, à primeira vista pelo menos, deve apresentar dificuldades. As dificuldades são mais aparentes do que reais, entretanto, pois vários modelos de precificação de opções estão disponíveis.[2] Mais ainda, diversos sistemas computacionais estão disponíveis, até mesmo para calculadoras portáteis. Becker & Lemgruber (1987), por exemplo, apresentam um eficiente sistema computacional baseado no modelo de precificação de Black e Scholes para computadores compatíveis com o padrão IBM-PC.

A identidade (1) pode ser facilmente modificada para:

$$[+P_t] \equiv \$ \{P_t + \Delta_t S_t\} + [- \Delta_t S_t] \qquad (2)$$

indicando que possuir uma opção de venda do ativo-objeto tem o mesmo valor que possuir uma aplicação financeira livre de risco no valor monetário $\$\{P_t + \Delta_t S_t\}$ mais uma posição de venda da fração Δ_t do ativo-objeto. O termo da esquerda de (2) representa uma opção de venda, enquanto o termo da direita representa sinteticamente o mesmo valor. Uma opção sintética significa, então, *vender a fração Δ_t do ativo-objeto, depositando o valor da venda mais o valor de uma opção de venda em uma aplicação financeira livre de risco.*[3]

A taxa de *hedge* Δ_t de uma opção de venda, assim como o valor da própria opção de venda, P_t, são obtidos como função de várias variáveis básicas,

sinal positivo à frente dos elementos integrantes do portfólio significa a posse dos ativos, ou a compra de posições. Um sinal negativo representa a venda de posições.

2 Ver, por exemplo, Smith (1976).

3 O leitor interessado em uma apresentação mais rigorosa do ponto de vista matemático deve consultar Hull (1989).

entre as quais o tempo até o vencimento da opção e o seu preço de exercício. Do ponto de vista do seguro de ativos, estas representam o prazo e o valor segurados. Percebe-se assim que as opções sintéticas oferecem ao investidor uma total liberdade de escolha destes elementos, adequando o seu risco às suas necessidades.

É importante ressaltar o caráter dinâmico de Δ_t e P_t. Como conseqüência, para reproduzir sinteticamente uma opção é necessário um acompanhamento contínuo de seus valores durante todo o período segurado. Os ajustes que se farão necessários compreenderão sempre a venda ou a compra do ativo-objeto, investindo-se ou desinvestindo-se os recursos provenientes da transação a uma taxa livre de risco. Esta técnica de ajuste contínuo da posição do investidor de forma a criar a opção sintética requerida recebe o nome de *hedging* dinâmico.

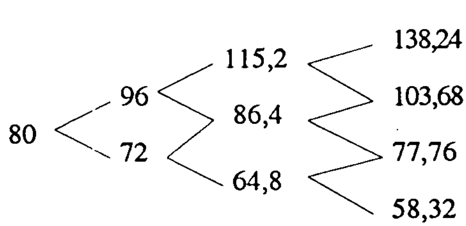
4. Exemplo

Para entender a dinâmica do processo, considere-se que o ativo-objeto é uma ação cujo valor obedece a um processo estocástico binomial de geração de retornos.[4] Suponha-se que hoje ela esteja sendo negociada no mercado à vista por \$80 e que a cada período seu valor poderá oscilar para cima em 20% ($u = 1,2$) ou cair em 10% ($d = 0,9$).

Simulando o exemplo para três períodos ($T = 3$), obtêm-se os caminhos aleatórios representados na figura 4. No terceiro período, o valor da ação-objeto poderá ser igual a qualquer um dos quatro valores listados na última

Figura 4

Representação gráfica dos diversos valores da ação-objeto no percurso binomial



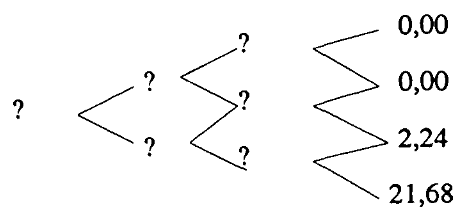
[4] O leitor interessado em uma derivação formal do modelo binomial deve consultar Cox & Rubinstein (1985).

coluna (\$138,24; \$103,68; \$77,76; \$58,32) dependendo da aleatoriedade do processo.

Suponha-se ainda que a taxa de juros livre de risco (para aplicações ou empréstimos), *Rf*, é de 5% ao período. Assim, um investimento de \$100,00 na data 0 valerá na data 1 \$105,00, independentemente do estado da economia. Definidas as principais características do ambiente econômico modelado, assuma-se a existência de uma opção de venda da ação-objeto *S*, com vencimento na data 3, e com preço de exercício (*K*) de \$80,00. Qual será então o valor desta opção de venda na data 0? Naturalmente, ele deve refletir as expectativas do comportamento futuro da ação-objeto. Não obstante, sabe-se com certeza que no vencimento da opção de venda ($T=3$) esta valerá $\max[0, S - K]$. Por exemplo, se na data 3 o preço da ação-objeto for de \$77,76, o possuidor da opção fará uso de seu direito de exercício vendendo a ação por \$80,00, lucrando \$2,24. Por outro lado, se condições adversas acontecerem e o preço da ação for maior do que o preço de exercício, o portador da opção abrirá mão de seu direito de venda. O valor da opção nesta circunstância, na data 3, será zero. A figura 5 apresenta os

Figura 5

Representação gráfica dos possíveis valores finais da opção de venda



quatro valores possíveis para esta opção na data 3. Ainda resta avaliar seus valores em datas anteriores.

A determinação do valor na data 0 depende dos possíveis valores na data 1, que dependem dos possíveis valores na data 2, que por sua vez dependem dos possíveis valores no exercício. Por exemplo, qual será o valor da opção

Figura 6

Representação gráfica para um dos possíveis valores da opção de venda um período antes do vencimento

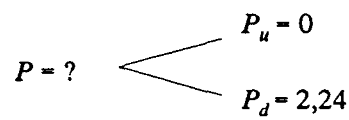


Figura 7
Representação gráfica dos possíveis fluxos
de pagamentos do portfólio sem risco

$$
\begin{tikzcd}[column sep=small]
 & P_u + \Delta_u S \\
P + \Delta S \arrow[ur] \arrow[dr] & \\
 & P_d + \Delta_d S
\end{tikzcd}
$$

de venda um período antes do vencimento se no vencimento a opção puder valer \$0 ou \$2,24? Esta situação está representada na figura 6. Para responder à pergunta, lembre-se de que é sempre possível formar-se um portfólio comprando-se *uma fração* Δ da ação-objeto e comprando-se uma opção de venda desta ação, cujo resultado não ofereça risco de perda. Isto é, independentemente do estado da economia na data futura, o valor deste portfólio será garantido e conhecido previamente. A impossibilidade de arbitragem garante que o retorno deste portfólio deve ser igual à taxa de juros de 5%. A figura 7 mostra as duas alternativas de fluxos de pagamentos do portfólio. Como este portfólio não deve apresentar risco, esperam-se resultados idênticos para ambas as alternativas. Podem-se, então, igualar os fluxos de pagamentos na data futura:

$$P_u + \Delta uS = P_d + \Delta dS$$

conclui-se que:

$$\Delta = \frac{P_d - P_u}{S\,(u - d)}$$

Como resultado, $\Delta = 0{,}08642$, isto é, para cada opção de venda adquirida devem-se comprar 0,08642 ações. Como este portfólio deve ter rendimento igual à taxa de juros, tem-se que:

$$(1 + Rf)(P + \Delta S) = P_u + \Delta uS$$

ou:

$$(1 + Rf)(P + \Delta S) = P_d + \Delta dS$$

Usando qualquer uma das equações acima, obtém-se:

$$P = \frac{P_u q + (1 - q)P_d}{1 + Rf}$$

onde:

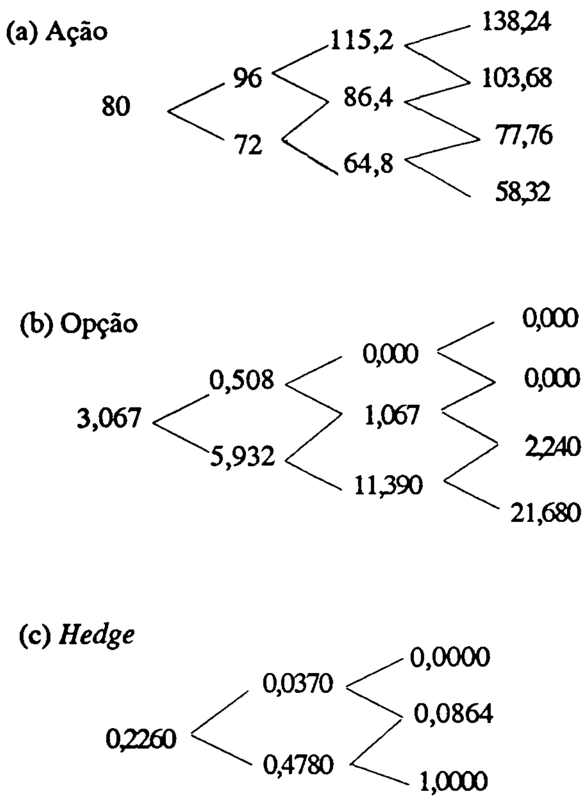
$$q = \frac{1 + Rf - d}{u - d}$$

Para os dados do exemplo, $q = 0{,}5$, obtendo-se para o valor da opção de venda neste instante:

$$P = \$1{,}0667$$

Repetindo o processo recursivamente, obtêm-se os valores dos preços da opção de venda e as taxas de *hedge* apresentadas nas figuras 8*b* e 8*c*. Para

Figura 8
Representação gráfica dos diversos valores da (a) ação-objeto, (b) opção de venda e (c) taxas de *hedge*, no percurso binomial



conveniência, a figura 8*a* apresenta novamente os valores da ação-objeto para os diferentes caminhos aleatórios.

Os diferentes valores ao longo do tempo para a ação-objeto e para a opção de venda estão lá representados. Repare-se que os valores resultantes para a opção de venda são os únicos possíveis para equilíbrio. Qualquer valor

Tabela 1

Criação de uma opção sintética de venda referente ao exemplo binomial

t	S_t		Venda de ações Δ_t	($)	Aplicação $\{P_t + \Delta_t S_t\}$	Portfólio ($)
0	S_0 = 80,0		0,2260	18,08	21,15	3,067
1.	S_1 = 96,0		0,0370	3,56	4,07	0,508
	S_1 = 72,0		0,4780	34,41	40,35	5,932
2.	S_2 = 115,2		0,0000	0,00	0,00	0,000
	S_2 = 86,4		0,0864	7,47	8,13	1,067
	S_2 = 64,8		1,0000	64,80	76,19	11,390
3.	S_2 = 115,2;	S_3 = 138,24	0,0000	0,00	0,00	0,000
	S_2 = 115,2;	S_3 = 103,68	0,0000	0,00	0,00	0,000
	S_2 = 86,4;	S_3 = 103,68	0,0864	8,96	8,96	0,000
	S_2 = 86,4;	S_3 = 77,76	0,0864	6,72	8,96	2,240
	S_2 = 64,8;	S_3 = 77,76	1,0000	77,76	80,00	2,240
	S_2 = 64,8;	S_3 = 58,32	1,0000	58,32	80,00	21,680

diferente permitiria que se realizasse uma operação de arbitragem, obtendo-se ganho certo e sem risco acima da taxa *Rf*.

Conhecidos os valores para a opção de venda e para as taxas de *hedge*, pode-se então criar as opções sintéticas. A tabela 1 apresenta a forma de obtenção de uma opção de venda sintética para cada período dentro dos diversos caminhos possíveis. Repare-se que os valores dos portfólios a cada período são iguais aos valores da opção de venda apresentados na figura 8*b* e, portanto, substitutos perfeitos.

5. Seguro Dinâmico de Portfólio

A partir do momento em que se pode obter uma opção sintética de venda de acordo com os objetivos do investidor, está aberta a possibilidade para a realização do seguro de portfólios. Como a obtenção desta opção se dá através de um ajuste dinâmico ao longo do período segurado, esta estratégia tornou-se conhecida como Seguro Dinâmico de Portfólio.

Para se criar o Seguro de Portfólio é necessário adicionar uma unidade de opção de venda para cada unidade do ativo-objeto em carteira. Da equação (2) tira-se:

$$[+P_t, + S_t] = \$ \{P_t + \Delta_t S_t\} + [-\Delta_t S_t] + [+S_t]$$

ou:

$$[+P_t, + S_t] = \$\{P_t + \Delta_t S_t\} + [(1 - \Delta_t)S_t] \tag{3}$$

Mais uma vez, o lado direito representa sinteticamente o seguro do portfólio, composto por uma aplicação financeira sem risco acoplada a uma posição em ativos de risco. Estas posições são dinâmicas e devem ser ajustadas continuamente.

Existem duas formas de ajustar a posição sintética. A primeira consiste em negociar parte do ativo segurado de acordo com as oscilações em Δ_t, investindo ou desinvestindo as sobras de caixa provenientes da transação na aplicação livre de risco. Uma outra forma, mais empregada devido a seus baixos custos de transação, envolve a utilização de mercados futuros. Neste caso, o ajuste no ativo de risco é feito através da compra ou venda de contratos futuros.

Para um melhor entendimento do processo, considere-se mais uma vez o exemplo apresentado na figura 8 e tabela 1. Suponha-se que o investidor possua 100 ações na data 0 e que deseje segurar este ativo por \$8.000 por um prazo de três períodos.[5] A figura 8*c* fornece o valor $\Delta_0 = 0{,}2260$ e a figura 8*b* fornece $P_0 = \$3{,}07$. Isto significa que o investidor deverá manter inicialmente em carteira $(1 - \Delta_0) \times 100 = 77{,}4$ ações, vendendo as restantes 22,6, auferindo \$80 x 22,6 = \$1.808. Este montante, juntamente com \$3,07 x 100 = \$307 (prêmio do seguro), totalizando \$2.115, deverá ser aplicado numa operação financeira livre de risco.

À medida que o tempo transcorre, serão necessários ajustes em ambas as posições do portfólio sintético. Com isto, qualquer que seja o caminho aleatório seguido pela ação, garantem-se os objetivos iniciais do seguro. Neste simplificado exemplo binomial de três períodos, existem $2^3 = 8$ caminhos aleatórios distintos. A tabela 2 resume os resultados dos ajustes necessários para todos eles.

[5] \$8.000 é o valor deste ativo na data 0. Nada impede que se pretenda segurar o ativo por um valor diferente deste.

Tabela 2

Seguro Dinâmico de Portfólio: ajuste através do mercado à vista

Caminho aleatório	t	Movimento aleatório	Preço do ativo	Taxa de *hedge*	Quantidade de ações	Posição de risco ($)	Posição de caixa ($)	Seguro Valor ($)	Seguro Custo ($)
1	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	*u*	96,00	0,0370	96,30	9.244	406	9.329	322
	2	*u*	115,20	0,0000	100,00	11.520	0	11.182	338
	3	*u*	138,24		100,00	13.824	0	13.469	355
2	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	*u*	96,00	0,0370	96,30	9.244	406	9.329	322
	2	*u*	115,20	0,0000	100,00	11.520	0	11.182	338
	3	*d*	103,68		100,00	10.368	0	10.013	355
3	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	*u*	96,00	0,0370	96,30	9.244	406	9.329	322
	2	*d*	86,40	0,0864	91,36	7.893	853	8.409	338
	3	*u*	103,68		91,36	9.472	896	10.013	355
4	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	*d*	72,00	0,4780	52,21	3.759	4.034	7.471	322
	2	*u*	86,40	0,0864	91,36	7.893	853	8.409	338
	3	*u*	103,68		91,36	9.472	896	10.013	355
5	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	*u*	96,00	0,0370	96,30	9.244	406	9.329	322
	2	*d*	86,40	0,0864	91,36	7.893	853	8.409	338
	3	*d*	77,76		91,36	7.104	896	7.645	355
6	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	*d*	72,00	0,4780	52,21	3.759	4.034	7.471	322
	2	*u*	86,40	0,0864	91,36	7.893	853	8.409	338
	3	*d*	77,76		91,36	7.104	896	7.645	355
7	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	*d*	72,00	0,4780	52,21	3.759	4.034	7.471	322
	2	*d*	64,80	1,0000	0,00	0	7.619	7.281	338
	3	*u*	77,76		0,00	0	8.000	7.645	355
8	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	*d*	72,00	0,4780	52,19	3.758	4.035	7.471	322
	2	*d*	64,80	1,0000	0,00	0	7.619	7.281	338
	3	*d*	58,32		0,00	0	8.000	7.645	355

Considere-se por exemplo o caminho aleatório 4 na tabela 2, em que o primeiro movimento da ação é de descida, seguido de dois movimentos de subida. A primeira linha mostra o ajuste inicial de posições (data 0), já discutido acima. A segunda linha mostra o ajuste necessário em decorrência da mudança na taxa de *hedge* de 0,226 para 0,478 na data 1 (ver figura 8*c*). Assim, nesta data, o investidor deverá manter em carteira (1 - 0,478) x 100 = 52,21 ações, vendendo 77,40 - 52,21 = 25,19 ações, auferindo $72 x 25,19 = $1.814. Este montante deverá ser adicionado à aplicação financeira livre de risco, que totaliza nesta data $2.115 x 1,05 + $1.814 = $4.034. Na data seguinte, após o segundo movimento da ação (linha 3), o investidor deverá manter em carteira (1 - 0,086) x 100 = 91,36 ações, comprando 91,36 - 52,21 = 39,15 ações por $86,4 x 39,15 = $3.383. Este montante deverá ser sacado da posição financeira livre de risco, que totalizará então $4.034 x 1,05 - $3.383 = $853. Finalmente, a quarta linha apresenta o resultado obtido pelo investidor quando o prazo do seguro se encerra. Nesta data, não há mais ajuste a ser feito. O ativo de risco vale $103,68 x 91,36 = $9.472 e a aplicação financeira, $853 x 1,05 = $896, incluindo $355 referentes à capitalização do prêmio. O portfólio segurado totaliza $10.368. Para este caminho aleatório, o ativo segurado sofreria uma valorização em relação à data 0 de $2.368, ganha pelo investidor.

As últimas linhas de cada caminho aleatório na tabela 2 apresentam os resultados finais da estratégia de seguro dinâmico. Para a metade das possíveis situações (caminhos 5, 6, 7 e 8), o ativo segurado se desvalorizaria, e se o investidor não tivesse executado a estratégia de seguro poderia ter tido perdas de até 27% do patrimônio. Entretanto, o valor final do portfólio segurado, incluindo o seu custo, teria sempre valor superior ou igual a $8.000, e as perdas se limitariam ao valor do prêmio capitalizado, $355, cerca de 4,4% do patrimônio.

O modelo usado ignora a existência de custos de transação para compra e venda de títulos. A inclusão desses custos certamente implicaria uma elevação direta do prêmio do seguro, variável de acordo com o comportamento do ativo-objeto durante o período segurado. Para reduzir os custos de transação, podem-se efetuar os ajustes sintéticos usando o mercado de futuros.

A tabela 3 apresenta o desenvolvimento das estratégias de ajuste do seguro via compra e venda de contratos futuros. A utilização de contratos futuros permite o ajuste da posição de risco de portfólio segurado, representando, ao mesmo tempo, uma aplicação de capital livre de risco. A tabela é idêntica à tabela 2, exceto pela edição das colunas referentes a compra ou venda de contratos futuros.

Repetindo o exemplo do caminho aleatório 4, a primeira linha apresenta o ajuste inicial de posições (data 0). O investidor deverá manter inicialmente em carteira as 100 ações, vendendo Δ_0 x 100 = 22,6 contratos futuros com vencimento no final do primeiro período. Deve-se reparar que não foram vendidas ações do portfólio, mas se criou um compromisso de entrega de 22,6 ações em data futura, reduzindo-se a posição de risco para $80 x (100 - 22,6) = $6.192. Há que se observar também que na data de assinatura dos

Tabela 3
Seguro Dinâmico de Portfólio: ajuste através do mercado de futuros

Caminho aleatório	t	Movimento aleatório	Preço do ativo	Taxa de hedge	Contratos futuros		Posição		Seguro	
					Valor	Quantidade	de risco ($)	de caixa ($)	Valor ($)	Custo ($)
1	0		80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307
	1	u	96,00	0,0370	100,80	3,70	9.244	406	9.329	322
	2	u	115,20	0,0000	120,96	0,00	11.520	0	11.182	338
	3	u	138,24		138,24	0,00	13.824	0	13.469	355
2	0		80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307
	1	u	96,00	0,0370	100,80	3,70	9.244	406	9.329	322
	2	u	115,20	0,0000	120,96	0,00	11.520	0	11.182	338
	3	d	103,68		103,68	0,00	10.368	0	10.013	355
3	0		80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307
	1	u	96,00	0,0370	100,80	3,70	9.244	406	9.329	322
	2	d	86,40	0,0864	90,72	8,64	7.893	853	8.409	338
	3	u	103,68		103,68	8,64	9.472	896	10.013	355
4	0		80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307
	1	d	72,00	0,4780	75,60	47,80	3.759	4.034	7.471	322
	2	u	86,40	0,0864	90,72	8,64	7.893	853	8.409	338
	3	u	103,68		103,68	8,64	9.472	896	10.013	355
5	0		80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307
	1	u	96,00	0,0370	100,80	3,70	9.244	406	9.329	322
	2	d	86,40	0,0864	90,72	8,64	7.893	853	8.409	338
	3	d	77,76		77,76	8,64	7.104	896	7.645	355
6	0		80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307
	1	d	72,00	0,4780	75,60	47,80	3.759	4.034	7.471	322
	2	u	86,40	0,0864	90,72	8,64	7.893	853	8.409	338
	3	d	77,76		77,76	8,64	7.104	896	7.645	355
7	0		80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307
	1	d	72,00	0,4780	75,60	47,80	3.759	4.034	7.471	322
	2	d	64,80	1,0000	68,04	100,00	0	7.619	7.281	338
	3	u	77,76		77,76	100,00	0	8.000	7.645	355
8	0		80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307
	1	d	72,00	0,4780	75,60	47,80	3.759	4.034	7.471	322
	2	d	64,80	1,0000	68,04	100,00	0	7.619	7.281	338
	3	d	58,32		58,32	100,00	0	8.000	7.645	355

contratos futuros não há transferência de recursos entre as partes, mas a venda de contratos futuros a preços superiores ao preço à vista equivale à operação financeira livre de risco com valor atual de $\frac{\$84x22,6}{1,05} = \$1.808$. Este montante, juntamente com \$3,07 x 100 = \$307 (prêmio do seguro), totaliza \$2.115, necessários para se criar a proteção sintética. A segunda linha mostra o ajuste necessário em decorrência da mudança na taxa de *hedge* de 0,226 para 0,478 na data 1 (ver figura 8*c*). Assim, nesta data, o investidor deverá manter em carteira as 100 ações, vender Δ_1 x 100 = 47,8 contratos futuros com vencimento no final do período e encerrar os contratos anteriores, ganhando (\$84,00 - \$72,00) x 22,6 = \$271. Sua posição equivalente à aplicação financeira livre de risco nesta data é $\frac{\$75,6x47,8}{1,05}=\$3.441$, que, adicionados ao ganho obtido no encerramento dos contratos futuros, \$271, e ao resultado financeiro obtido na aplicação do prêmio de seguro, \$307 x 1,05 = \$322, totalizam \$4.034. Na data seguinte, após o segundo movimento da ação (linha 3), o investidor deverá encerrar os contratos futuros antigos, perdendo (\$86,40 - \$75,60) x 47,8 = \$516, devido à subida no preço das ações, mantendo em carteira as 100 ações. Deverá vender Δ_2 x 100 = 8,64 contratos futuros com vencimento no final do período. Para pagamento das perdas no vencimento dos contratos futuros ele deverá sacar da aplicação financeira livre de risco. Neste momento o investidor tem em caixa (\$271 + \$322) x 1,05 = \$622, suficientes para pagar \$516. Sua aplicação financeira equivalente ficará em \$622 - \$516 = \$106, que, adicionados a $\frac{\$90,72x8,64}{1,05}$ totalizam \$853.

Finalmente, a quarta linha apresenta o resultado obtido pelo investidor quando o prazo do seguro se encerra. Nesta data, não há mais ajuste a ser feito. O investidor liquidará seus contratos futuros, entregando à parte compradora 8,64 ações, recebendo \$90,72 x 8,64 = \$784, reduzindo seus ativos de risco, que valem 91,36 x \$103,68 = \$9.472. O resultado da aplicação financeira é de \$106 x 1,05 = \$112, que, adicionados aos \$784 recebidos no encerramento dos contratos futuros, totalizam \$896. O valor do portfólio segurado nesta data é de \$10.368, incluindo a capitalização do prêmio, \$355. Como se percebe, o resultado é absolutamente idêntico ao anteriormente obtido.

6. Teste empírico

Com o objetivo de testar empiricamente a eficácia da estratégia de Seguro Dinâmico de Portfólio, procedeu-se a uma simulação com dados históricos do mercado brasileiro de ouro. A amostra estudada compreende o período de junho de 1988 a maio de 1990, sendo utilizados dados fornecidos pela Bolsa Mercantil e de Futuros (BM&F). O período de cobertura segurado escolhido para teste foi de um mês. Desta forma, a amostra escolhida permite a análise de 24 simulações independentes, iniciando-se no primeiro dia de negócios de cada mês.[6] Os valores segurados escolhidos para teste foram obtidos partindo-se dos valores de 1 kg de ouro no mercado à vista no primeiro dia de negócios de cada mês, atualizados para o final do período de cobertura (final do mês) pela taxa do *over* neste primeiro dia.

A metodologia de ajuste dinâmico adotada foi a de correções diárias das posições de risco no mercado à vista, tomando por base os valores das taxas de *hedge* fornecidos pelo modelo de Black e Scholes.[7] A eficácia do seguro pode ser aferida comparando-se os valores teóricos previstos pelo modelo nas datas iniciais de vigência dos seguros com os valores finais efetivamente obtidos pelos mesmos. O valor teórico previsto pelo modelo é o máximo entre o valor segurado e o valor do ativo-objeto no dia do vencimento do seguro.

A tabela 4 apresenta os resultados para as 24 simulações. A avaliação da *performance* da estratégia utilizada é feita com base na diferença relativa entre o valor final do portfólio e seu valor teórico previsto no início de cada seguro, apresentada na última coluna da tabela. As diferenças oscilam entre -24,41% e 10,95%, valores extremos obtidos para os períodos subseqüentes ao Plano Collor. Com exceção destes dois valores mais extremos, os demais são relativamente pequenos. A média das diferenças relativas situa-se próxima de zero, indicando um razoável desempenho do Seguro Dinâmico de Portfólio.

Em 13 das 24 simulações o valor de 1 kg de ouro no vencimento do seguro ficou aquém do valor segurado. Com efeito, para todo o período analisado, o rendimento médio mensal do ouro foi de 25,44%, enquanto o rendimento do *over* foi de 28,03% ao mês em média. Entretanto, em 17 das 24 simulações os valores finais dos portfólios superaram os valores finais do ouro. Em média, os valores finais dos portfólios valiam 109,33% dos valores finais do ouro. Por outro lado, o custo do seguro foi em média 5,12% do valor segurado, que, apesar de elevado, ainda permitiu uma rentabilidade média líquida do portfólio de 29,05% ao mês, superior às rentabilidades médias do ouro e do *over*.

[6] Os resultados aqui apresentados baseiam-se em Felício (1991), que analisou também a *performance* de portfólios bimensais, trimestrais e anuais para o mesmo período.

[7] Os parâmetros utilizados no modelo foram: cotação média do ouro em cada dia como o valor do ativo-objeto; taxa do *over* como taxa de juros livre de risco; valor segurado como preço de exercício; prazo do seguro (dinâmico) como tempo até o vencimento; e desvio-padrão (anualizado) dos últimos 20 retornos do ativo-objeto como volatilidade.

Tabela 4

Resultados do processo de Seguro Dinâmico de Portfólio de 1 kg de ouro para o período jun. 1988/maio 1990 — seguros mensais

Mês	Valor inicial do ouro ($)	Custo do seguro ($)	Valor segurado ($)	Valor final do ouro ($)	Valor teórico previsto (*ex-post*) ($)	Valor final do portfólio ($)	Diferença relativa (%)
1988							
Jun.	3.230	62	3.826	3.700	3.826	3.764	-1,62
Jul.	3.630	112	4.316	4.860	4.860	4.889	0,60
Ago.	4.970	94	6.250	6.240	6.250	6.080	-2,72
Set.	6.480	176	7.912	6.610	7.912	7.737	-2,21
Out.	6.630	341	8.448	9.970	9.970	10.084	1,14
Nov.	9.750	490	12.628	13.430	13.430	13.525	0,71
Dez.	13.900	524	17.501	15.710	17.501	17.419	-0,47
1989							
Jan.	15.660	569	19.769	18.740	19.769	18.362	-7,12
Fev.	18.810	1.103	21.862	20.130	21.862	22.185	1,48
Mar.	19.780	792	24.116	22.450	24.116	23.638	-1,98
Abr.	22.990	827	26.549	28.960	28.960	28.351	-2,10
Maio	29.510	1.401	32.505	35.150	35.150	34.738	-1,17
Jun.	37.180	3.084	43.330	39.820	43.330	46.204	6,63
Jul.	39.580	2.473	52.910	46.880	52.910	52.560	-0,66
Ago.	46.140	2.304	62.530	53.520	62.530	61.456	-1,72
Set.	54.560	2.813	74.430	91.050	91.050	89.144	-2,09
Out.	89.340	8.424	131.230	143.110	143.110	140.615	-1,74
Nov.	140.920	16.103	210.000	175.650	210.000	208.877	-0,53
Dez.	179.890	15.187	272.000	314.200	314.200	299.637	-4,63
1990							
Jan.	320.430	66.101	558.310	477.320	558.310	575.866	3,14
Fev.	493.970	32.609	805.920	881.310	881.310	897.010	1,78
Mar.	871.110	69.721	1.500.210	575.610	1.500.210	1.133.988	-24,41
Abr.	608.050	136.371	644.510	816.200	816.200	905.551	10,95
Maio	844.320	42.375	886.490	961.680	961.680	965.301	0,38

Ressalte-se que o objetivo principal do Seguro Dinâmico de Portfólio não é obter maior rentabilidade do que o ativo de risco e sim prevenir perdas oriundas de grandes variações negativas que ocorram durante o período de seguro. Por exemplo, apesar da queda vertiginosa do ouro em março de 1990, o valor final do portfólio apresentou uma rentabilidade positiva.

7. Considerações finais

Este trabalho apresenta, de forma simplificada, a estratégia dinâmica para seguros de portfólios. A proteção dos ativos é feita pela criação de portfólios sintéticos, que permitem a construção de seguros para qualquer prazo e valor desejados. O estudo apresenta duas formas de ajuste para a posição sintética. A primeira consiste em negociar parte do ativo segurado, com venda gradual do ativo de risco à medida que o valor deste ativo cai, e na sua recompra, também gradual, à medida que seu valor sobe. Uma outra forma, mais empregada devido a seus baixos custos de transação, ajusta o ativo de risco através da compra ou da venda de contratos futuros.

Para diversas situações aleatórias apresentadas mostra-se que esta técnica de *hedge* limita as perdas do patrimônio, sem, no entanto, impor limitações às suas oportunidades de ganho. As operações de ajuste exigem, entretanto, a utilização de recursos monetários adicionais em um total igual ao prêmio do seguro, o que constitui a perda máxima obtida para as situações mais adversas. Os testes empíricos realizados no mercado brasileiro do ouro confirmam a eficácia da estratégia.

O modelo apresentado ignora a existência de custos de transação. Uma extensão deste trabalho deverá necessariamente contemplar uma simulação dinâmica deste processo de seguro, capaz de salientar o impacto de tais custos na elevação do prêmio do seguro.

Abstract

Investors use many hedging strategies to adjust their risky asset portfolios to their desired risk-return interests. Portfolio insurance is a dynamic hedging procedure that allows investors to limit their loss without creating any bounds to their profit opportunities. This paper presents, in a very simple way, this dynamic hedging method. Synthetic put options are assembled to insure investors assets for any period and value. Two ways of adjusting the synthetic positions are presented. In the first one, investors gradually adjust their portfolios by selling (or buying) their risky assets in response to price declines (or raises). In the other one, the risk adjustment is obtained in the futures market. A simple example showing how this technique works and how it limits loss without creating any earning restrictions is presented. The strategy cost, like any insurance premium, is the maximum loss investors incur in the most adverse possibility. An empirical test of the strategy is

conducted in the Brazilian gold market. The results confirm the strategy efficacy. Transaction costs are not considered. A continuing work will show the impact of these costs in the insurance premium.

Referências bibliográficas

Anders, G. Portfolio insurance proved cold comfort. *The Wall Street Journal*, Oct. 28, 1987.

Becker, J. L. & Lemgruber, E. F. *OPTE — sistema de apoio à decisão para o mercado de opções*. Porto Alegre, PPGA/UFRGS, 1987. 41 p. (Documento para estudo, n. 6.)

Black, F. & Scholes, M. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, (*35*): 637-59, 1973.

Cox, J. & Rubinstein, M. *Option market*. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1985.

Felício, R. F. *A eficácia do Seguro Dinâmico de Portfólio no mercado brasileiro do ouro*. Rio de Janeiro, Coppead/UFRJ, 1991. 121 p. (Dissertação de mestrado.)

Hull, J. *Options, futures, and other derivative securities*. Englewood Cliffs, Prentice-Hall International, 1989. 341 p.

Leland, H. E. Who should buy Portfolio Insurance? *The Journal of Finance*, (*35*): 581-94, May 1980.

______ . Portfolio Insurance and October 19th. *California Management Review*, 80-9, Summer 1988.

Rubinstein, M. Portfolio Insurance and the market crash. *Financial Analysts Journal*, 38-47, Jan./Feb. 1988.

______ & Leland, H. E. Replicating options with positions in stock and cash. *Financial Analysts Journal*, 63-72, Jul./Aug. 1981.

Smith, C. W. Option pricing: a review. *Journal of Financial Economics, 3* (1/2): 3-52, Jan./Mar. 1976.

Uma revista acadêmica é tão boa quanto a qualidade dos artigos que publica. Obviamente, a contribuição maior é dos autores. Entretanto, o controle de qualidade é exercido por aqueles que emitem parecer sobre o conteúdo dos artigos. Deste modo, faz-se mister agradecer a colaboração de:

- Aercio Cunha (UnB)
- Ana Dolores Novaes (Banco Mundial)
- Armando Castelar Pinheiro (Ipea/RJ)
- Carlos Augusto Crucius (UFRGS)
- Carlos Ivan Simonsen Leal (EPGE-FGV)
- Claudio Salvadori Dedecca (Unicamp)
- Claudio Schuller Maciel (Unicamp)
- Debraj Rays
- Eduardo Facó Lemgruber (Coppead)
- Erly Cardoso Teixeira (UFV)
- Eustáquio José Reis (Ipea)
- Francisco Cribari Neto (Univ. Illinois)
- Gervásio Rezende (Ipea)
- Guilherme Dias (Fipe-USP)
- Gustavo H. B. Franco (PUC/RJ)
- Helio Portocarrero de Castro (Corecon/RJ)
- Honório Kume (Min. Econ.)
- Joaquim Pinto de Andrade (UnB)
- Joe Yoshino (USP)
- José Maria da Silveira (Unicamp)
- José Paulo Zeetano Chahad (USP)
- José W. Rossi (Ipea)
- Juan Hersztajn Moldau (USP)
- Lauro Ramos (Ipea)
- Leo da Rocha Ferreira (Ipea)
- Marcelo Cortes Neri (UFF)
- Maria de Lourdes Rollemberg Mollo (UnB)
- Maria Silvia Bastos Marques (BNDES)
- Mario Possas (Unicamp)
- Newton Rabelo (Ipea)
- Paulo Cesar Coutinho (Impa)
- Pedro Valls Pereira (USP)
- Pichai Chumvichitra (Caen-UFC)
- Renato Fragelli Cardoso (EPGE-FGV)
- Roberto Camps de Moraes (UFRGS)
- Winston Fritsch (PUC/RJ)
- Yoni Sampaio (Pimes-UFP)