

## FERRAMENTAS DE ANÁLISE DE RISCOS EM ESTRATÉGIAS EMPRESARIAIS

*Por:*

**Herbert Kimura**

*RAE-eletrônica*, Volume 1, Número 2, jul-dez/2002.

<http://www.rae.com.br/eletronica/index.cfm?FuseAction=Artigo&ID=1825&Secao=PWC&Volume=1&Numero=2&Ano=2002>

---

©Copyright, 2002, RAE-eletrônica. Todos os direitos, inclusive de tradução, são reservados. É permitido citar parte de artigos sem autorização prévia desde que seja identificada a fonte. A reprodução total de artigos é proibida. Os artigos só devem ser usados para uso pessoal e não-comercial. Em caso de dúvidas, consulte a redação: [redacao@rae.com.br](mailto:redacao@rae.com.br).

A RAE-eletrônica é a revista on-line da FGV-EAESP, totalmente aberta e criada com o objetivo de agilizar a veiculação de trabalhos inéditos. Lançada em janeiro de 2002, com perfil acadêmico, é dedicada a professores, pesquisadores e estudantes. Para mais informações consulte o site [www.rae.com.br/eletronica](http://www.rae.com.br/eletronica).

---

*RAE-eletrônica*

ISSN 1676-5648

©2002 Editora: Fundação Getulio Vargas – Escola de Administração de Empresas de São Paulo.



FUNDAÇÃO  
GETULIO VARGAS



Escola de Administração  
de Empresas de São Paulo

## FERRAMENTAS DE ANÁLISE DE RISCOS EM ESTRATÉGIAS EMPRESARIAIS

### Herbert Kimura

Doutorando em Administração de Empresas pela EAESP/FGV

E-mail: [herbert.kimura@ascent.com.br](mailto:herbert.kimura@ascent.com.br)

Endereço: Av. Nove de Julho, 2029 – Bela Vista – São Paulo-SP, 01313-902

Interesses de pesquisa: Gestão de riscos, Modelos Financeiros, Avaliação de derivativos, Processos de tomada de decisão.

### RESUMO

Este artigo busca apresentar inovações de gestão financeira focadas na administração de riscos que podem ser aplicadas à indústria e ao comércio. O modelo, com origem no segmento bancário, será adaptado para contemplar as características específicas de empresas não-financeiras. Portanto, a inovação a ser apresentada neste artigo trata da adaptação de técnicas e modelos vinculados à gestão de riscos financeiros em aplicações para a administração de empresas não-financeiras. Neste artigo, a técnica de Markowitz será utilizada para estabelecer uma alocação ótima de investimentos nos diferentes produtos da empresa. A definição de um limite de *value-at-risk* possibilitará o ajuste do nível de produção em função do grau de risco a ser incorrido, impactando o nível de atividade da empresa. Finalmente, o *value-at-risk* marginal será utilizado para propiciar indicação de alterações na ênfase de investimentos em produção que permitam um aumento ou diminuição do nível de risco assumido.

### PALAVRAS-CHAVE

Gestão de riscos, riscos empresariais, risco de mercado, valor em risco, valor em risco marginal

### ABSTRACT

*This article seeks to present innovations on the financial management focused to the risk administration, which can be applied to the industry and commerce. This model, with origin in the banking segment, will be adjusted to look at the specific features of non-financial companies. Therefore, the innovation to be presented in this article deals with the adaptation of techniques and models linked to the financial risk management in applications on the non-financial companies' management. In this article, the Markowitz's technique will be used to set an optimum investment allocation in different company's products. The definition of a value-at-risk will allow the level adjustment of production, in function of the risk level to be incurred, with impact on the company's activity level. Finally, the marginal value-at-risk will be used to propitiate indication of changes in the emphasis on production investments, which allow an increasing or decreasing of the assumed risk level.*

### KEY WORDS

*Risk management, corporate risks, market risk, value-at-risk, marginal value-at-risk*

## 1. INTRODUÇÃO

As inovações em gestão financeira têm como origens principais as demandas advindas do segmento financeiro, notadamente de bancos e demais instituições financeiras. Tendo em vista que o objetivo destas empresas baseia-se na criação de valor através da operacionalização de produtos e serviços financeiros, é natural a preocupação com a busca de técnicas que propiciem a identificação de oportunidades de arbitragem e a obtenção de vantagens competitivas em termos de otimização de carteiras de ativos e avaliação e controle de riscos financeiros.

Em contrapartida, as empresas do segmento não-financeiro, principalmente as voltadas à indústria e ao comércio, vislumbram como objetivo a criação de valor através do uso eficiente dos recursos, otimizando processos de produção, logística, gestão do conhecimento etc. A função financeira em empresas não-financeiras, embora importante, tem por atividades a avaliação de resultados gerenciais e legais, o planejamento e o controle de fluxos de caixa, a análise de crédito de clientes, a viabilização monetária de estratégias de financiamento e investimento etc.

Neste sentido, a função financeira na indústria e no comércio está associada ao apoio e controle das demais funções da empresa e à viabilização financeira das estratégias empresariais, não constituindo, na maioria dos casos, um núcleo de criação de valor.

Este artigo busca apresentar inovações de gestão financeira focadas na administração de riscos que podem ser aplicadas à indústria e ao comércio. Este modelo, com origem no segmento bancário, será adaptado para contemplar as características específicas de empresas não-financeiras. Portanto, a inovação a ser apresentada neste artigo trata da adaptação de técnicas e modelos vinculados à gestão de riscos financeiros em aplicações para a administração de empresas não-financeiras. Neste artigo, a técnica de Markowitz será utilizada para estabelecer uma alocação ótima de investimentos nos diferentes produtos da empresa. A definição de um limite de value-at-risk possibilitará o ajuste do nível de produção em função do grau de risco a ser incorrido, impactando o nível de atividade da empresa. Finalmente, o value-at-risk marginal será utilizado para propiciar indicação de alterações na ênfase de investimentos em produção que permitam um aumento ou diminuição do nível de risco assumido.

Na primeira parte do artigo, serão discutidas situações nas quais a gestão de riscos representa fonte de criação de valor, justificando a importância da administração de riscos. Posteriormente, será apresentado o modelo financeiro envolvendo desde a otimização de recursos e análise de risco, até a identificação de estratégias operacionais e empresariais baseadas em aspectos financeiros.

Desta maneira, o modelo desenvolvido amplia os horizontes da função financeira em empresas não-financeiras, por atribuir às atividades de análise, avaliação e controle um caráter pró-ativo, no sentido de propiciar insumos para o direcionamento estratégico às empresas. Finalmente, a partir da descrição do modelo, será apresentado um estudo de caso, exemplificando a metodologia apresentada.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

As principais decisões financeiras do ponto de vista teórico referem-se às decisões de investimentos, financiamento e distribuição de dividendos (Ross, Westerfield e Jaffe, 1995). Neste sentido, a literatura tem-se preocupado principalmente com a análise de viabilidade de projetos, a avaliação da estrutura de capital e o estudo sobre reação de investidores com relação aos anúncios de distribuição de dividendos.

Seguindo o modelo de Modigliani e Miller, baseado em premissas de mercado de capitais perfeito, informação simétrica, acesso igualitário ao mercado de capitais e estratégias de investimentos definidas e independentes das decisões de financiamento (Brealey e Myers, 2000), pode-se demonstrar que a criação de valor advém da implementação de projetos que propiciem valor presente líquido

positivo. De acordo com o modelo, transações financeiras por si só não podem alterar o valor de uma empresa.

Neste contexto, a estrutura de capital e a política de dividendos tornam-se irrelevantes para o valor da empresa. Igualmente irrelevante torna-se a gestão de riscos financeiros, e a demonstração tem fundamentação análoga aos teoremas desenvolvidos por Modigliani e Miller. Assim, a administração de riscos, isto é, a avaliação das exposições e a implementação de procedimentos de ajuste ao nível de risco financeiro incorrido, devido a descasamentos de taxa de juros, moedas, índices de preços etc., não cria valor, pois os acionistas da empresa poderiam, individualmente, realizar suas próprias ações de proteção contra estes riscos, seja diversificando sua própria carteira, seja operando com derivativos para *hedge* de exposições.

Porém, tendo em vista características específicas dos mercados financeiros reais, principalmente no que diz respeito a desvios em relação às premissas dos teoremas de Modigliani e Miller, oportunidades de a gestão de riscos criar valor podem surgir. Culp (2001) estabelece elementos que justificam a gestão de riscos como fonte de criação de valor: fricções no mercado de capitais, conflitos de interesse entre administradores, credores e acionistas, assimetria de informação.

#### **a) Fricções no mercado de capitais**

A premissa de mercado de capitais perfeito estabelece, entre outros aspectos, que os participantes não estão sujeitos a impostos ou taxas. Porém, uma vez que os impostos existem no mundo real e podem afetar o resultado de uma empresa, a gestão de riscos pode tornar-se atividade de geração de riqueza para as empresas. Se a estrutura de impostos à qual a empresa está submetida é convexa, o valor esperado das obrigações fiscais de empresas que não efetuam o *hedge* é maior que o valor certo das obrigações fiscais de empresas *hedgeadas* (Culp, 2001). Por estrutura de impostos convexa subentende-se que os impostos médios da empresa crescem à medida que o lucro antes do imposto de renda aumenta.

Outras fricções de mercado, como, por exemplo, a existência de custos de transação e de custos de falência, podem induzir a necessidade de gestão de riscos. Exemplificando, caso a gestão de riscos possibilite a redução de custos de falência exógenos, a gestão de riscos pode implicar ganho de riqueza ao acionista. Estes custos exógenos representam valor constante ou variável em função do tamanho do desastre financeiro, porém não são determinados direta ou indiretamente pelas decisões de financiamento da empresa. Neste sentido, a gestão de riscos é relevante, pois pode impedir que a empresa assuma uma exposição financeira exagerada, incompatível com seu patrimônio líquido.

#### **b) Relações de agência**

A teoria de agência trata do desenvolvimento de contratos entre as diversas partes interessadas em uma empresa (Jensen e Meckling, 1976). Tendo em vista que diversos participantes com interesses próprios estão associados a uma empresa, seja na forma de acionista, administrador, credor, funcionário, cliente etc, potenciais conflitos podem surgir. A busca pela maximização de utilidade individual pode implicar decisões que não conduzem ao objetivo teórico da empresa representado pela maximização da riqueza do acionista.

Estes conflitos de interesses podem implicar custos de agência, na forma de monitoramento de atitudes dos indivíduos e de controle de comportamento através da política de remuneração, por exemplo. Uma situação de conflito de agência comum fundamenta-se na suposição de aversão a risco da administração. Se os administradores da empresa têm aversão a risco exagerada, podem estar deixando de realizar projetos de valor presente líquido positivo, devido ao nível de risco. Outro caso de conflito de interesses pode ocorrer em situações em que a administração toma decisões que se transformam em benefícios ou satisfações não-pecuniárias, em detrimento da riqueza dos acionistas. Smith e Stulz (1985) estabelecem que, se a utilidade esperada da riqueza do administrador for uma

função côncava do valor da empresa, então a solução ótima para a administração é *hedgear* completamente a empresa.

Desta maneira, levando-se em consideração os conflitos de interesses entre administradores e acionistas, a gestão de riscos pode reduzir custos residuais de agência na medida em que introduz mecanismos de mensuração e acompanhamento do nível de risco assumido pela administração, além de permitir um controle sobre atividades de aumento ou diminuição de exposição financeira que possam implicar benefício indireto ao administrador e, ao mesmo tempo, perda de riqueza dos acionistas.

### c) Assimetria de informação

A existência de assimetrias de informação pode levar a perda de valor para o acionista, uma vez que níveis diferentes de conhecimento sobre uma empresa podem conduzir a avaliações distintas e, conseqüentemente, a um valor de equilíbrio diferente do valor intrínseco da empresa.

DeMarzo e Duffie (1995) exploram o uso de gestão de riscos e de estratégias de *hedge* para aumentar a relação entre sinal e ruído no conteúdo informacional de variáveis financeiras. Desta maneira, a gestão de riscos, ao possibilitar o envio de sinais aos indivíduos, diminui a assimetria informacional, reduzindo a percepção sobre os riscos da empresa. Assim, a percepção da assunção de menores riscos pode implicar a exigência de níveis de retornos esperados menores pelos investidores, fazendo com que os fluxos de caixa projetados sejam descontados por uma taxa de juros menor e aumentando o valor do acionista.

Enquanto os acadêmicos discutem se corporações não-financeiras devem administrar exposições financeiras, diversas empresas já estão engajadas em atividades de gerenciamento de riscos (Crouhy, Gali e Mark, 2001). Estudos empíricos têm demonstrado que a prática das empresas parece ser favorável à relevância da gestão de riscos. Nance, Smith e Smithson (1993) descobriram uma relação significativa entre o uso de derivativos e as políticas de dividendos e estratégias fiscais. Dolde (1993), ao analisar empresas americanas, identificou uma elevada porcentagem de empresas que utilizam derivativos para gerenciamento de risco.

Este estudo apresenta, a seguir, técnicas de mensuração e gestão de riscos que possibilitam à empresa a avaliação do nível de exposição a riscos financeiros, e mais ainda, o estabelecimento de estratégias adequadas em função do grau de risco a ser assumido, com relação à manutenção de níveis de ociosidade e alteração de investimentos nos produtos. Obviamente, a premissa básica dos modelos fundamenta-se na necessidade da gestão de riscos e na sua relevância como fator de geração de riqueza.

## 3. DESCRIÇÃO DA MODELAGEM

O modelo a ser estruturado para empresas não-financeiras baseia-se, inicialmente, no conceito de diversificação, estabelecido na teoria de finanças por Markowitz. A partir da criação de uma alocação ótima de recursos, isto é, de investimentos nos diversos produtos fornecidos pela empresa, será desenvolvida uma metodologia de avaliação do risco potencial desta alocação. Esta metodologia permitirá, através do conceito de *value-at-risk* e da definição do grau de aversão à perda máxima potencial, a realização de ajustes na estratégia empresarial na forma de alterações nas alocações de recursos entre os diversos produtos da empresa e na manutenção de níveis de ociosidade.

Para determinação do modelo financeiro, suponha uma empresa que comercialize  $n$  produtos ou serviços. Em função das características de cada produto, como, por exemplo, nível da competição, processo de fabricação, capacitação dos funcionários, qualidade dos produtos etc., pode-se estimar um retorno esperado e o nível de risco para o produto. Adicionalmente, devem ser projetadas também medidas de relacionamento existentes entre os diversos produtos da empresa. A avaliação das medidas de relacionamento é extremamente importante, uma vez que estes parâmetros representam um valor aproximado do grau de sinergia entre os diversos produtos.

A obtenção dos retornos esperados, riscos totais e correlações podem ser feitas de maneira simplificada, como, por exemplo, através da análise de resultados passados ou através da projeção dos resultados de cada produto em possíveis cenários futuros. Utilizando como retorno esperado ( $R_i$ ) a esperança dos possíveis retornos do ativo  $i$ , como risco ou volatilidade ( $\sigma_i$ ) o desvio-padrão dos possíveis retornos do ativo  $i$ , e como medida de relacionamento ( $\rho_{ij}$ ) a correlação entre os retornos dos produtos  $i$  e  $j$ , pode-se obter o retorno esperado e o risco total da carteira da empresa, composta pelos  $n$  produtos, cuja participação de cada produto no investimento total seja  $w_i$ .

Se a empresa tem uma determinada quantidade de recursos  $X$  para investir na fabricação e comercialização de seus produtos, é importante realizar uma análise preliminar para verificar a combinação ideal de investimentos, isto é, a divisão do total de recursos  $X$  entre os diversos produtos. Obviamente, a carteira ideal de investimentos em produtos é uma relação de compromisso entre o retorno desta carteira e o nível de risco.

Seguindo a teoria de seleção de carteiras de acordo com os investimentos  $X_i$  em cada um dos produtos  $i$ , uma carteira qualquer  $P$  de produtos da empresa tem as seguintes características de retorno ( $R_P$ ) e volatilidade ( $\sigma_P$ ):

$$R_P = \mathbf{w}^T \cdot \mathbf{R} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot R_i \quad (1)$$

$$\sigma_P = \sqrt{\mathbf{w}^T \cdot \Theta \cdot \mathbf{w}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{ij}} \quad (2)$$

onde  $\mathbf{w}$  é uma matriz  $n \times 1$ , contendo as participações percentuais  $w_i = \frac{X_i}{X}$  de cada ativo, representa o investimento percentual no produto  $i$ ,  $\Theta$  a matriz  $n \times n$  de variâncias e covariâncias entre os retornos dos diversos produtos.

Se os produtos da empresa podem representar ativos financeiros que seguem as premissas do modelo de otimização de carteiras estabelecido por Markowitz, o objetivo da empresa seria a obtenção da composição ótima de investimentos em produtos de tal forma a maximizar a relação entre retorno e risco.

Em termos matemáticos, deve-se maximizar o ganho adicional em relação a uma taxa de juros de referência ( $R_F$ ) por unidade de risco total. Ou seja, devem ser obtidos  $w_i$  apropriados de tal maneira que:

$$w_i^* : \max \frac{R_P - R_F}{\sigma_P} \text{ ou seja } \mathbf{w}^* : \max \frac{\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{R} - R_F}{\sqrt{\mathbf{w}^T \cdot \Theta \cdot \mathbf{w}}} \quad (3)$$

onde  $R_F$  é a taxa de juros básica da economia, representando o retorno de um investimento livre de risco.

É importante ressaltar a existência de uma restrição, na qual as porcentagens da participação de cada produto na carteira total da empresa têm que totalizar 100%, isto é,

$$\mathbf{w}^{*T} \cdot \mathbf{1} = \sum_{i=1}^n w_i^* = 1 \quad (4)$$

Outras restrições podem também fazer parte deste modelo de otimização, devido às características da empresa. Em algumas empresas, os produtos podem exigir matérias-primas

semelhantes. Neste caso, as participações destes produtos têm que levar em consideração restrições, como, por exemplo, de a somatória dos produtos não exigir quantidade de matéria-prima maior do que um valor predeterminado. Além disso, a empresa também pode impor limitações quanto à concentração de investimentos em um único produto, restringindo os valores de  $w_i^*$ . Outro caso pode envolver bens complementares que devem ter a participação seguindo uma relação constante. Todas estas restrições podem ser incorporadas no processo de maximização do retorno ajustado pelo risco.

Uma vez obtidas  $w_i^*$ , ou seja, as participações relativas ótimas de cada produto na carteira da empresa, é necessário avaliar o montante de retorno esperado e risco assumido. As equações gerais de risco e retorno de carteiras podem ser utilizadas, sendo que as participações  $w_i^*$  representam as porcentagens ótimas de investimentos em cada produto  $i$ . Tem-se, portanto, para a carteira ótima  $P^*$ :

$$R_{P^*} = \mathbf{w}^{*T} \cdot \mathbf{R} = \sum_{i=1}^n w_i^* \cdot R_i \quad (5)$$

$$\sigma_{P^*} = \sqrt{\mathbf{w}^{*T} \cdot \mathbf{\Theta} \cdot \mathbf{w}^*} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i^* \cdot w_j^* \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{ij}} \quad (6)$$

Uma vez definidos o retorno e o risco da carteira ótima, é necessário verificar se o nível de risco incorrido é apropriado ao apetite por risco da empresa. Obviamente, este apetite por risco é função das relações de agência existentes na empresa, discutidas na seção 2.

O *value-at-risk* relativo (VaR%) representa uma medida da perda percentual máxima ou resultado percentual mínimo esperado, em um determinado horizonte de tempo, com determinado grau de confiança. Supondo que a distribuição dos possíveis retornos da carteira ótima é normal, pode-se utilizar o conceito de VaR% para estimar a perda máxima ou o ganho mínimo potencial do investimento da empresa em termos percentuais. Se o VaR% for negativo representa, portanto, uma perda máxima potencial. De modo oposto, se o VaR% for positivo representa um ganho mínimo potencial.

Utilizando propriedades da distribuição normal, pode-se estabelecer um intervalo, com determinado grau de confiança, no qual o retorno da carteira não ultrapassará uma dada perda. Desta maneira, se o grau de confiança for  $\alpha$ , o intervalo  $I = [R_P - z \cdot \sigma_P; \infty)$ , com  $z$  tal que

$$P(R_P - z \cdot \sigma_P < X < \infty) = \int_{R_P - z \cdot \sigma_P}^{\infty} f(x) \cdot dx = \alpha \quad (7)$$

e

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_P} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_P^2}(x - R_P)^2\right] \quad (8)$$

compreende  $\alpha$  de todos os possíveis retornos da carteira.

O VaR% é representado pelo limite inferior do intervalo  $I$ . Portanto, com  $\alpha$  de confiança, a carteira não terá retorno menor do que  $R_P - z \cdot \sigma_P$ . Só existem  $1 - \alpha$  de chances de o retorno da carteira de investimentos ser menor do que o VaR%.

Em termos absolutos, ou seja, valores monetários, se o investimento total nos produtos for equivalente a  $X$  unidades monetárias, então o *value-at-risk* absoluto (VaR) pode ser calculado simplesmente por:

$$VaR = X \cdot [R_P - z \cdot \sigma_P] \quad (9)$$

Assim, o *value-at-risk* absoluto é uma estimativa da perda máxima ou ganho mínimo potencial, em valores monetários. A simplicidade do conceito de VaR em termos de potencial de perda representa uma vantagem deste parâmetro no entendimento da administração sobre os riscos incorridos.

Uma aplicação do VaR refere-se ao ajuste da carteira de investimentos em produtos, em função do nível de risco aceitável pela administração. Dados valores de perda máxima, horizonte de tempo e grau de confiança, a administração pode identificar um patamar de produtividade adequado para a empresa. Desta maneira, se a situação do mercado e as características dos produtos implicarem um nível de risco superior ao aceitável, a administração pode adotar uma estratégia empresarial baseada na manutenção de ociosidade. Enquanto o modelo de otimização descrito anteriormente corresponde à identificação da divisão dos recursos nos diferentes produtos da empresa, é importante também avaliar a necessidade de uma redução no nível de produção devido ao alto risco da carteira ótima inicial. Em termos financeiros, a ociosidade é representada pela aplicação de parte dos recursos disponíveis em ativos financeiros livres de risco.

Se o limite de perda máxima ou ganho mínimo, com determinado grau de confiança, for definido como  $VaR_{lim} > VaR_{p^*}$ , então haverá a necessidade de uma redistribuição da quantidade total  $X$  em investimentos na produção e em aplicação em um ativo livre de risco.

A participação dos investimentos na fabricação dos produtos, segundo a limitação do VaR, pode ser obtida através da seguinte equação simplificada:

$$w_{P^*} = \frac{VaR_{lim} - X \cdot R_F}{X \cdot (R_{P^*} - z \cdot \sigma_{P^*} - R_F)} \quad (10)$$

A participação da aplicação no ativo livre de risco é dada por:

$$w_F = \frac{VaR_{P^*} - VaR_{lim}}{X \cdot (R_{P^*} - z \cdot \sigma_{P^*} - R_F)} \quad (11)$$

Desta maneira  $w_{p^*}$  representa o nível de atividade da empresa na fabricação e disponibilização de seus produtos e  $w_F$  a parcela de ociosidade da empresa. Assim, o modelo de otimização de carteiras e o de *value-at-risk* podem ser utilizados para a determinação da estratégia empresarial com relação ao nível de atividade e ociosidade da empresa.

Outra aplicação do modelo de VaR para empresas não-financeiras envolve a identificação da sensibilidade do risco assumido pela empresa em função de alterações pequenas no nível de investimentos em cada um dos produtos.

Utilizando o conceito de *value-at-risk* marginal (delVaR), é possível a identificação de quais produtos da empresa têm maior influência no nível de risco incorrido. Em uma análise preliminar, pode-se imaginar que o produto que mais contribui para um aumento do risco da carteira de produtos da empresa é aquele que possui maior volatilidade. Porém, para uma análise mais adequada do impacto de alterações de investimentos no risco total, devem também ser levadas em consideração as correlações existentes entre os produtos.

O delVaR é fundamentado matematicamente pelo conceito de gradiente. Assim, o delVaR é definido por (Garman, 1996):

$$\nabla VaR(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial VaR(X_1)}{\partial X_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial VaR(X_n)}{\partial X_n} \end{bmatrix} \quad (12)$$



$$\text{onde } \frac{\partial \text{VaR}(X_i)}{\partial X_i} = R_i - z \cdot \frac{\sigma_i \sum_{j=1}^n X_j \cdot \sigma_j \cdot \rho_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \cdot X_j \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{ij}}} \quad (13)$$

Desta maneira, cada elemento do delVaR é uma medida de sensibilidade do VaR em relação a alterações de investimento monetário em cada produto. Assim,  $\frac{\partial \text{VaR}(X_i)}{X_i}$ , portanto, representa a variação do VaR em função de variações infinitesimais em  $X_i$ .

A partir do delVaR é possível identificar quais estratégias operacionais aumentam ou diminuem mais rápida ou eficientemente o nível de VaR dos investimentos em produção.

#### 4. ESTUDO DE CASO

##### a) Contextualização

Considere uma empresa do setor alimentício que possui uma linha diversificada de produtos 1, 2 e 3. Através de uma análise prospectiva, projetando-se possíveis resultados, a administração da empresa estabelece os níveis de risco e retorno anuais, além de correlações entre os retornos dos produtos (Tabela 1). Para estas estimativas, inúmeros recursos podem ser utilizados, como, por exemplo, a análise de dados passados, a percepção de analistas sobre o comportamento futuro do setor e do mercado como um todo etc.

Tabela 1: Risco e retorno dos produtos e correlação entre os retornos dos produtos

Alimento	Retorno	Risco	Correlações	1	2	3
1	30,0%	35,0%	1	1,0	0,5	0,2
2	28,0%	32,0%	2	0,5	1,0	-0,1
3	22,0%	15,0%	3	0,2	-0,1	1,0

O produto 1 é o mais rentável, porém a flutuação de retornos é maior, por ser um produto mais fortemente influenciado pelos possíveis cenários de mercado. Por exemplo, o produto 1 pode ser um produto mais sofisticado, que possibilita maiores margens de contribuição, porém mais sensível às condições econômicas, por ser supérfluo. Por outro lado, o produto 3 é o de menor retorno esperado e menor risco, podendo representar um produto alimentício mais simples, que compõe uma cesta básica. O produto 2 pode representar um alimento com características intermediárias entre o 1 e o 3. A pequena correlação negativa entre os produtos 2 e 3 pode indicar, em função das condições de mercado, uma possível migração entre o consumo dos produtos. Assim, uma melhoria da economia pode levar a um maior consumo do produto 2 devido à possibilidade de migração de consumidores do produto 3, pelo aumento do poder aquisitivo.

Se a taxa de juros básica da economia for  $R_F = 20\%$  e a empresa dispuser de \$100 milhões para investir em sua linha de produtos, a pergunta à qual o administrador deve buscar responder está associada à composição de investimentos  $W_i$  que maximiza o excesso de retorno em relação à taxa de juros básica, por unidade de risco total, conforme discutido na seção anterior.

##### b) Otimização de investimentos

Utilizando o modelo de Markowitz, apresentado na seção anterior, a partir dos dados da Tabela 1 e da resolução do problema de maximização da relação entre risco e retorno proposto na equação 3, obtêm-se os seguintes resultados:

Tabela 2: Resultados da otimização de investimentos

Alimento	$w_i^*$	$X_i^*$ (1000)
1	27.666%	27.666
2	29.898%	29.898
3	42.436%	42.436
Total	100.000%	100.000

Na tabela acima,  $w_i^*$  representa a porcentagem de investimento e  $X_i^*$  representa o investimento em quantidades monetárias para cada produto. Levando-se em consideração os resultados da otimização, \$27,666 milhões deverão ser investidos no produto 1, \$29,898 no produto 2 e \$42,436 milhões no produto 3.

Para esta composição de investimentos, a empresa terá, aplicando-se as equações 5 e 6, um retorno esperado e um nível de risco, medido pela volatilidade equivalentes a:

$$R_p^* = 26,007\% \text{ e } \sigma_p^* = 18,192\%$$

### c) Estimativa de risco de perda potencial

Supondo-se que a distribuição dos possíveis retornos da carteira de investimentos nos diversos produtos da empresa tenha uma distribuição normal com média  $R_p^*$  e desvio-padrão  $\sigma_p^*$ , pode-se calcular qual a perda máxima potencial, isto é, o VaR, com um certo grau de confiabilidade. Considerando-se um nível de confiança de 95%, tem-se  $z = 1,6449$  e, então, utilizando a equação 9:

$$\text{VaR}_{p^*} = -\$3,915 \text{ milhões}$$

Isto é, a empresa com a composição de ativos dada na Tabela 2 pode vir a perder de um ano para o outro, com 95% de confiança, no máximo \$3,915 milhões. Existem somente 5% de chances de a empresa vir a perder mais que este valor.

### d) Ajuste do nível de risco aceitável

O VaR possibilita à administração a avaliação de um limite máximo de perda, com um determinado grau de confiança. Porém, o número dado pelo VaR, por si só, não permite a identificação de estratégias para alteração do nível de risco da empresa.

Suponha, por exemplo, que a administração estabeleça que sua carteira de investimentos tenha um limite de VaR, isto é, um  $\text{VaR}_{\text{lim}}$  de -\$1,000 milhão. Ou seja, em termos de política da empresa, não se pode assumir um risco de perda potencial em um ano, com 95% de confiança, maior do que \$1,000 milhão.

A carteira de investimentos otimizada  $P^*$  claramente não obedece à política de risco da empresa, uma vez que  $\text{VaR}_{p^*} > \text{VaR}_{\text{lim}}$ . Neste caso, a empresa terá que realocar os investimentos de forma a adequá-los ao limite de risco imposto. Tendo em vista que a empresa terá que reduzir seu nível de risco, poderá diminuir sua exposição aos produtos com risco, investindo parte dos recursos no mercado financeiro, na forma de aplicações em ativos livres de risco.

Supondo que a empresa consiga investir recursos à taxa de juros básica da economia, no caso 20% ao ano, o problema de alocação de recursos em ativos com risco e ativo livre de risco pode ser descrito pelas equações 10 e 11:

Assim, resolvendo as equações:

$$w_p^* = 87,810\% \text{ e } w_f = 12,190\%$$

Estes resultados sugerem, portanto, que do total de recursos disponíveis para investimento, cerca de 87,810%, ou seja, \$87,810 milhões devem ser aplicados na produção dos alimentos e uma outra

parte, 12,190% ou \$12,190 milhões devem ser aplicados em um ativo financeiro com baixo risco, por exemplo, uma aplicação em um fundo de renda fixa.

Nesta nova configuração, a quantidade a ser investida em cada um dos produtos alimentícios deve ser alterada, mantendo-se, porém, a participação percentual. Tendo em vista os \$87,810 milhões disponíveis para investimentos nos produtos alimentícios, tem-se a nova alocação de recursos:

Tabela 3: Resultados da alocação de investimentos com  $\text{VaR}_{\text{lim}} = -\$1,000$  milhão

Alimento	$w_i^*$	$X_i^*$
1	27,666%	24,294
2	29,898%	26,253
3	42,436%	37,263
Subtotal	100,000%	87,810

Ativo	w	X
Alimentos 1,2,3	87,810%	87,810
Renda fixa	12,190%	12,190
Total	100,000%	100,000

Estes resultados financeiros têm uma implicação estratégica. A partir dos valores  $w_{p^*}$  e  $w_F$ , pode-se identificar que a empresa terá que trabalhar com um nível de atividade de cerca de 87,810% da capacidade plena de produção da empresa.

Obviamente, quanto menor a taxa de juros livre de risco, maior a ocupação da capacidade produtiva, tendo em vista os maiores incentivos para investimentos em produção. Simulando-se a alocação de investimentos, supondo-se uma taxa de juros livre de risco de 15%, obtêm-se os seguintes resultados:

Tabela 4: Resultados da alocação de investimentos com  $R_f = 15\%$

Alimento	$w_i^*$	$X_i^*$
1	20,047%	19,765
2	27,972%	27,579
3	51,981%	51,251
Subtotal	100,000%	98,595

Ativo	w	X
Alimentos 1,2,3	98,595%	98,595
Renda fixa	1,405%	1,405
Total	100,000%	100,000

De modo análogo, supondo-se que a empresa deseje estruturar uma estratégia de investimentos que possibilite um ganho de no mínimo \$2,000 milhões, com 95% de confiança, basta estabelecer nas equações 10 e 11 um  $VaR_{lim} = \$2,000$  milhões, obtendo-se a seguinte composição, para uma taxa de juros livre de risco anual de 20%:

Tabela 5: Resultados da alocação de investimentos com  $VaR_{lim} = \$2,000$  milhões

Alimento	$w_i^*$	$X_i^*$
1	27,666%	20,823
2	29,898%	22,503
3	42,436%	31,940
Subtotal	100,000%	75,266

Ativo	w	X
Alimentos 1,2,3	75,266%	75,266
Renda fixa	24,734%	24,734
Total	100,000%	100,000

Devido às características dos produtos e à taxa de juros livre de risco, a empresa deve ser mais conservadora, implicando mais capacidade ociosa para ajustar-se ao seu limite de VaR. É importante ressaltar que os resultados obtidos não levam em consideração possíveis restrições quanto ao nível de atividade da empresa, como, por exemplo, aumento da relação entre custo fixo e custo total, problemas de manutenção de equipamentos, necessidade de estocagem de produtos, impactos na negociação de preços com fornecedores etc.

#### e) Análise incremental de risco

Outra aplicação interessante de *value-at-risk* para estratégia empresarial refere-se à avaliação de risco incremental. Utilizando-se o conceito de delVaR, podem-se obter indicações de operações de aumento ou diminuição de riscos. Considerando-se novamente a alocação inicial de investimentos nos produtos 1, 2 e 3, obtém-se, utilizando a equação 13, o delVaR da empresa:

Tabela 6: Resultado da análise de sensibilidade

Alimento	delVaR
1	-0,198
2	-0,118
3	0,120

Os resultados sugerem que um aumento de investimentos nos produtos 1 e 2 implicam uma diminuição no VaR da empresa, tendo em vista o  $\text{delVaR} < 0$ . Por outro lado, o aumento de investimentos no produto 3 tende a aumentar o VaR, uma vez que  $\text{delVaR} > 0$ . Este resultado permite à administração identificar rapidamente quais investimentos adicionais servem para diminuir ou aumentar o nível de risco. Assim, para diminuição do nível de risco, no caso, um aumento do VaR, devem ser aumentados os investimentos no ativo 3 ou diminuídos os investimentos nos ativos 1 e 2.

Outra conclusão importante do  $\text{delVaR}$  refere-se à estruturação de estratégias operacionais marginais para redução de risco. Se a administração decidisse reduzir o nível de risco, sem utilizar o ativo livre de risco, poderia aumentar marginalmente o investimento no produto 3. Adicionalmente, de acordo com o  $\text{delVaR}$ , um investimento adicional de \$1,000 milhão no produto 1 implicaria uma diminuição de aproximadamente \$0,198 milhão no VaR, representando um aumento de \$0,198 milhão na estimativa de perda máxima potencial.

Os valores de alteração no VaR são aproximados, uma vez que o conceito de  $\text{delVaR}$  baseia-se na avaliação de variações do VaR devido a variações infinitesimais nos investimentos em cada um dos produtos. Para exemplificar, suponha o caso inicial apresentado, correspondente a um  $\text{VaR}_0$  de -\$3,915 milhões. Se a administração decidir aumentar o investimento no produto 1 em \$1,000 milhão, utilizando novamente a equação 9, obtém-se  $\text{VaR}_f = -\$4,115$  milhões equivalente a uma variação efetiva  $\Delta\text{VaR} = \text{VaR}_f - \text{VaR}_0 = -\$0,200$ . Note que esta variação é próxima à estimada pelo  $\text{delVaR}$  (-\$0,198 milhão).

## 5. COMENTÁRIOS FINAIS

O modelo apresentado permite às empresas não-financeiras estabelecerem inicialmente uma composição ideal de investimentos em seus diferentes produtos, através da utilização do modelo de otimização de Markowitz. Em função do nível de aversão a risco do acionista, pode ser estabelecido um patamar *value-at-risk*, isto é, de perda máxima ou ganho mínimo que implicará na formulação de estratégia de ociosidade ou alavancagem da empresa. Finalmente, através do conceito de  $\text{delVaR}$  pode-se estimar como o risco total em unidades monetárias é afetado por variações de investimentos nos diversos produtos da empresa.

Uma premissa fundamental do modelo é que a gestão de riscos pode gerar valor à empresa, principalmente no sentido de propiciar uma diminuição nos custos de fálência e dos conflitos de interesse, tendo em vista que os resultados gerados possibilitam a avaliação do grau de exposição da empresa e o controle do nível de risco assumido. Obviamente, o modelo apresenta limitações, como, por exemplo, a suposição de normalidade dos retornos da carteira de produtos da empresa, a inexistência de restrições ou outras relações de dependência entre os produtos, conforme descritos anteriormente.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Brealey, R.; Myers, S. Principles of Corporate Finance. 6th edition. Irwin McGraw-Hill. New York, 2000.
- Crouhy, M.; Galai, D.; Mark, R. Risk management. McGraw-Hill. New York, 2001.
- Culp, C. L. The risk management process. John Wiley & Sons. Danvers, 2001.
- DeMarzo, P.; Duffie, D. Corporate incentives for hedging and hedge accounting. *Review of Financial Studies*, vol. 8, 1995.

- Dolde, W. The trajectory of corporate financial risk management. *Journal of Applied Corporate Finance*, vol. 6, 1993.
- Garman, M. Improving on VaR. *Risk*, vol. 9, n. 5, 1996.
- Garman, M. “Taking VAR to Pieces.” *Risk*, vol. 10, 1997.
- Jensen, M. C.; Meckling, W. H. Theory of the firm: managerial behavior, agency costs and ownership structure. *Journal of Financial Economics*, vol. 3, n. 4, 1976.
- Nance, D. R.; Smith, C. W.; Smithson, C. W. On the determinants of corporate hedging. *Journal of Finance*, vol. 48, n. 1, 1993.
- Ross, S. A.; Westerfield, R. W.; Jaffe, J. Administração financeira. Atlas. São Paulo, 1995.
- Smith, C. W. Jr.; Stulz, R. M. The determinants of firms' hedging policies. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 20, n. 4, 1985.